Informatik I: Einführung in die Programmierung

9. Rekursion

Albert-Ludwigs-Universität Freiburg

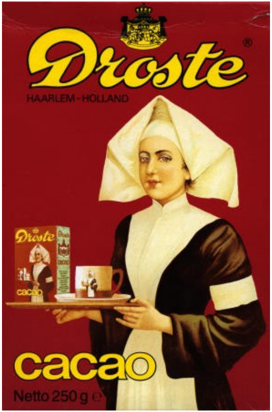
UNI FREIBURG

Bernhard Nebel

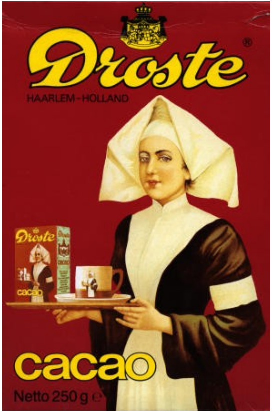
10. November 2017

Rekursion verstehen

Rekursion verstehen



Rekursion verstehen



Um Rekursion zu verstehen, muss man zuerst einmal Rekursion verstehen.

Abb. in Public Domain, Quelle Wikipedia

Fakultätsfunktion

Rekursion als Definitionstechnik: Fakultätsfunktion

- Bei einer rekursiven Definition wird das zu Definierende unter Benutzung desselben (normalerweise in einer einfacheren Version) definiert.

Rekursion als Definitionstechnik: Fakultätsfunktion

- Bei einer rekursiven Definition wird das zu Definierende unter Benutzung desselben (normalerweise in einer einfacheren Version) definiert.
- Beispiel Fakultätsfunktion

Rekursion als Definitionstechnik: Fakultätsfunktion

- Bei einer rekursiven Definition wird das zu Definierende unter Benutzung desselben (normalerweise in einer einfacheren Version) definiert.
- Beispiel Fakultätsfunktion
  - Auf wie viele Arten kann man *n* Dinge sequentiell anordnen?

Rekursion als Definitionstechnik: Fakultätsfunktion

- Bei einer rekursiven Definition wird das zu Definierende unter Benutzung desselben (normalerweise in einer einfacheren Version) definiert.
- Beispiel Fakultätsfunktion
  - Auf wie viele Arten kann man n Dinge sequentiell anordnen?
  - Berechne, auf wie viele Arten man $n-1$ Dinge anordnen kann. Für jede dieser Anordnungen können wir das „letzte" Ding auf n Arten einfügen.

Rekursion als Definitionstechnik: Fakultätsfunktion

- Bei einer rekursiven Definition wird das zu Definierende unter Benutzung desselben (normalerweise in einer einfacheren Version) definiert.
- Beispiel Fakultätsfunktion
  - Auf wie viele Arten kann man n Dinge sequentiell anordnen?
  - Berechne, auf wie viele Arten man $n-1$ Dinge anordnen kann. Für jede dieser Anordnungen können wir das „letzte“ Ding auf n Arten einfügen.
  - D.h. wir können die Fakultätsfunktion $n!$ wie folgt definieren:

$$n! = \begin{cases} 1, & \text{falls } n = 0; \\ n \cdot (n-1)!, & \text{sonst.} \end{cases}$$

Rekursion als Definitionstechnik: Fakultätsfunktion

- Bei einer rekursiven Definition wird das zu Definierende unter Benutzung desselben (normalerweise in einer einfacheren Version) definiert.
- Beispiel Fakultätsfunktion
  - Auf wie viele Arten kann man n Dinge sequentiell anordnen?
  - Berechne, auf wie viele Arten man $n-1$ Dinge anordnen kann. Für jede dieser Anordnungen können wir das „letzte“ Ding auf n Arten einfügen.
  - D.h. wir können die Fakultätsfunktion $n!$ wie folgt definieren:

$$n! = \begin{cases} 1, & \text{falls } n = 0; \\ n \cdot (n-1)!, & \text{sonst.} \end{cases}$$

  - Berechne 4!:

$$4! = 4 \cdot 3! = 4 \cdot 3 \cdot 2! = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1! = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 0! = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 1 = 24$$

Fakultätsfunktion in Python

- Wir können in Funktionsdefinitionen bisher undefinierte (z.B. die gerade zu definierende) Funktion benutzen:

Python-Interpreter

```
>>> def fak(n):
...     if n <= 1:
...         return 1
...     else:
...         return n*fak(n-1)
...
>>> fak(4)
```

Fakultätsfunktion in Python

- Wir können in Funktionsdefinitionen bisher undefinierte (z.B. die gerade zu definierende) Funktion benutzen:

Python-Interpreter

```
>>> def fak(n):
...     if n <= 1:
...         return 1
...     else:
...         return n*fak(n-1)
...
>>> fak(4)
24
```

Fakultätsfunktion in Python

- Wir können in Funktionsdefinitionen bisher undefinierte (z.B. die gerade zu definierende) Funktion benutzen:

Python-Interpreter

```
>>> def fak(n):
...     if n <= 1:
...         return 1
...     else:
...         return n*fak(n-1)
...
>>> fak(4)
24
>>> fak(50)
```

Fakultätsfunktion in Python

- Wir können in Funktionsdefinitionen bisher undefinierte (z.B. die gerade zu definierende) Funktion benutzen:

Python-Interpreter

```
>>> def fak(n):
...     if n <= 1:
...         return 1
...     else:
...         return n*fak(n-1)
...
>>> fak(4)
24
>>> fak(50)
304140932017133780436126081660647688443776415689605
12000000000000
```

Rekursive Aufrufe

- Was passiert genau?

Aufrufsequenz

$\rightarrow$ `fak`(4) wählt else-Zweig und ruft auf:

Rekursive Aufrufe

- Was passiert genau?

Aufrufsequenz

$\rightarrow$ `fak`(4) wählt else-Zweig und ruft auf:

    $\rightarrow$ `fak`(3) wählt else-Zweig und ruft auf:

Rekursive Aufrufe

- Was passiert genau?

Aufrufsequenz

→ `fak`(4) wählt else-Zweig und ruft auf:

    → `fak`(3) wählt else-Zweig und ruft auf:

        → `fak`(2) wählt else-Zweig und ruft auf:

Rekursive Aufrufe

- Was passiert genau?

Aufrufsequenz

$\rightarrow$ `fak`(4) wählt else-Zweig und ruft auf:

  $\rightarrow$ `fak`(3) wählt else-Zweig und ruft auf:

    $\rightarrow$ `fak`(2) wählt else-Zweig und ruft auf:

      $\rightarrow$ `fak`(1) wählt if-Zweig und:

Rekursive Aufrufe

- Was passiert genau?

Aufrufsequenz

$\rightarrow$ `fak`(4) wählt else-Zweig und ruft auf:

$\rightarrow$ `fak`(3) wählt else-Zweig und ruft auf:

$\rightarrow$ `fak`(2) wählt else-Zweig und ruft auf:

$\rightarrow$ `fak`(1) wählt if-Zweig und:

$\leftarrow$ `fak`(1) gibt 1 zurück

Rekursive Aufrufe

- Was passiert genau?

Aufrufsequenz

$\rightarrow$ `fak`(4) wählt else-Zweig und ruft auf:

  $\rightarrow$ `fak`(3) wählt else-Zweig und ruft auf:

    $\rightarrow$ `fak`(2) wählt else-Zweig und ruft auf:

      $\rightarrow$ `fak`(1) wählt if-Zweig und:

      $\leftarrow$ `fak`(1) gibt 1 zurück

    $\leftarrow$ `fak`(2) gibt $(2 \times 1) = 2$ zurück

Rekursive Aufrufe

- Was passiert genau?

Aufrufsequenz

$\rightarrow$ `fak`(4) wählt else-Zweig und ruft auf:

   $\rightarrow$ `fak`(3) wählt else-Zweig und ruft auf:

      $\rightarrow$ `fak`(2) wählt else-Zweig und ruft auf:

         $\rightarrow$ `fak`(1) wählt if-Zweig und:

         $\leftarrow$ `fak`(1) gibt 1 zurück

      $\leftarrow$ `fak`(2) gibt $(2 \times 1) = 2$ zurück

   $\leftarrow$ `fak`(3) gibt $(3 \times 2) = 6$ zurück

Rekursive Aufrufe

- Was passiert genau?

Aufrufsequenz

$\rightarrow$ `fak`(4) wählt else-Zweig und ruft auf:

  $\rightarrow$ `fak`(3) wählt else-Zweig und ruft auf:

    $\rightarrow$ `fak`(2) wählt else-Zweig und ruft auf:

      $\rightarrow$ `fak`(1) wählt if-Zweig und:

      $\leftarrow$ `fak`(1) gibt 1 zurück

    $\leftarrow$ `fak`(2) gibt $(2 \times 1) = 2$ zurück

  $\leftarrow$ `fak`(3) gibt $(3 \times 2) = 6$ zurück

$\leftarrow$ `fak`(4) gibt $(4 \times 6) = 24$ zurück

Rekursive Aufrufe

- Was passiert genau?

Aufrufsequenz

$\rightarrow$ `fak`(4) wählt else-Zweig und ruft auf:

$\rightarrow$ `fak`(3) wählt else-Zweig und ruft auf:

$\rightarrow$ `fak`(2) wählt else-Zweig und ruft auf:

$\rightarrow$ `fak`(1) wählt if-Zweig und:

$\leftarrow$ `fak`(1) gibt 1 zurück

$\leftarrow$ `fak`(2) gibt $(2 \times 1) = 2$ zurück

$\leftarrow$ `fak`(3) gibt $(3 \times 2) = 6$ zurück

$\leftarrow$ `fak`(4) gibt $(4 \times 6) = 24$ zurück

Visualisierung

Einfache Rekursion und Iteration

- Die rekursive Definition der Fakultätsfunktion ist eine einfache Rekursion.
- Solche Rekursionen können einfach in Iterationen (`while`-Schleife) umgewandelt werden:

Python-Interpreter

```
>>> def ifak(n):
...     result = 1
...     while n >= 1:
...         result = result * n
...         n -= 1
...     return result
...
```

Visualisierung

Fibonacci-Folge

Fibonacci-Folge: Das Kanninchenproblem

- Manchmal sind kompliziertere Formen der Rekursion notwendig, z.B. bei der Definition der Fibonacci-Folge
- Eingeführt von *Leonardo da Pisa*, genannt *Fibonacci*, in seinem Buch *Liber abbaci* (1202), das u.a. die arabischen Ziffern und den Bruchstrich in die westliche Welt einführte.
- Anzahl der Kannichen-Paare, die man erhält, wenn jedes Paar ab dem zweiten Monat ein weiteres Kannichen-Paar erzeugt (und kein Kannichen stirbt). Wir beginnen im Monat 0, in dem das erste Paar geboren wird:

Monat	vorhanden	geboren	gesamt
0.	0	1	1

Fibonacci-Folge: Das Kanninchenproblem

- Manchmal sind kompliziertere Formen der Rekursion notwendig, z.B. bei der Definition der Fibonacci-Folge
- Eingeführt von *Leonardo da Pisa*, genannt *Fibonacci*, in seinem Buch *Liber abbaci* (1202), das u.a. die arabischen Ziffern und den Bruchstrich in die westliche Welt einführte.
- Anzahl der Kannichen-Paare, die man erhält, wenn jedes Paar ab dem zweiten Monat ein weiteres Kannichen-Paar erzeugt (und kein Kannichen stirbt). Wir beginnen im Monat 0, in dem das erste Paar geboren wird:

Monat	vorhanden	geboren	gesamt
0.	0	1	1
1.	1	0	1

Fibonacci-Folge: Das Kanninchenproblem

- Manchmal sind kompliziertere Formen der Rekursion notwendig, z.B. bei der Definition der Fibonacci-Folge
- Eingeführt von *Leonardo da Pisa*, genannt *Fibonacci*, in seinem Buch *Liber abbaci* (1202), das u.a. die arabischen Ziffern und den Bruchstrich in die westliche Welt einführte.
- Anzahl der Kannichen-Paare, die man erhält, wenn jedes Paar ab dem zweiten Monat ein weiteres Kannichen-Paar erzeugt (und kein Kannichen stirbt). Wir beginnen im Monat 0, in dem das erste Paar geboren wird:

Monat	vorhanden	geboren	gesamt
0.	0	1	1
1.	1	0	1
2.	1	1	2

Fibonacci-Folge: Das Kanninchenproblem

- Manchmal sind kompliziertere Formen der Rekursion notwendig, z.B. bei der Definition der Fibonacci-Folge
- Eingeführt von *Leonardo da Pisa*, genannt *Fibonacci*, in seinem Buch *Liber abbaci* (1202), das u.a. die arabischen Ziffern und den Bruchstrich in die westliche Welt einführte.
- Anzahl der Kannichen-Paare, die man erhält, wenn jedes Paar ab dem zweiten Monat ein weiteres Kannichen-Paar erzeugt (und kein Kannichen stirbt). Wir beginnen im Monat 0, in dem das erste Paar geboren wird:

Monat	vorhanden	geboren	gesamt
0.	0	1	1
1.	1	0	1
2.	1	1	2
3.	2	1	3

Fibonacci-Folge: Das Kanninchenproblem

- Manchmal sind kompliziertere Formen der Rekursion notwendig, z.B. bei der Definition der Fibonacci-Folge
- Eingeführt von *Leonardo da Pisa*, genannt *Fibonacci*, in seinem Buch *Liber abbaci* (1202), das u.a. die arabischen Ziffern und den Bruchstrich in die westliche Welt einführte.
- Anzahl der Kannichen-Paare, die man erhält, wenn jedes Paar ab dem zweiten Monat ein weiteres Kannichen-Paar erzeugt (und kein Kannichen stirbt). Wir beginnen im Monat 0, in dem das erste Paar geboren wird:

Monat	vorhanden	geboren	gesamt
0.	0	1	1
1.	1	0	1
2.	1	1	2
3.	2	1	3
4.	3	2	5

Fibonacci-Folge: Das Kanninchenproblem

- Manchmal sind kompliziertere Formen der Rekursion notwendig, z.B. bei der Definition der Fibonacci-Folge
- Eingeführt von *Leonardo da Pisa*, genannt *Fibonacci*, in seinem Buch *Liber abbaci* (1202), das u.a. die arabischen Ziffern und den Bruchstrich in die westliche Welt einführte.
- Anzahl der Kannichen-Paare, die man erhält, wenn jedes Paar ab dem zweiten Monat ein weiteres Kannichen-Paar erzeugt (und kein Kannichen stirbt). Wir beginnen im Monat 0, in dem das erste Paar geboren wird:

Monat	vorhanden	geboren	gesamt
0.	0	1	1
1.	1	0	1
2.	1	1	2
3.	2	1	3
4.	3	2	5

Fibonacci-Zahlen

- Die Fibonacci-Zahlen werden normalerweise wie folgt definiert (und beschreiben damit die vorhandenen Kanninchen-Paare am Anfang des Monats):

$$\texttt{fib}(n) = \begin{cases} 0, & \text{falls } n = 0; \\ 1, & \text{falls } n = 1; \\ \texttt{fib}(n-1) + \texttt{fib}(n-2), & \text{sonst.} \end{cases}$$

- D.h. die Folge beginnt mit 0 und nicht mit 1.
- Beachte: Hier gibt es zwei rekursive Verwendungen der Definition.
- Die Fibonacci-Zahlen spielen in vielen anderen Kontexten eine wichtige Rolle (z.B. Goldener Schnitt).

Fibonacci-Zahlen in Python

- Umsetzung in Python folgt direkt der mathematischen Definition:

Python-Interpreter

```
>>> def fib(n):
...     if n <= 1:
...         return n
...     else:
...         return fib(n-1) + fib(n-2)
...
>>> fib(35)
9227465
```

Aufrufsequenz

$\rightarrow$ `fib`(3)

Aufrufsequenz

→ `fib`(3) wählt else-Zweig und ruft auf:

| → `fib`(2)

Rekursive Aufrufe

Aufrufsequenz

→ `fib`(3) wählt else-Zweig und ruft auf:

| → `fib`(2) wählt else-Zweig und ruft auf:

| | → `fib`(1)

Aufrufsequenz

$\rightarrow$ `fib`(3) wählt else-Zweig und ruft auf:
| $\rightarrow$ `fib`(2) wählt else-Zweig und ruft auf:
| | $\rightarrow$ `fib`(1) wählt if-Zweig und
| | $\leftarrow$ `fib`(1) gibt 1 zurück

Rekursive Aufrufe

UNI FREIBURG

Aufrufsequenz

$\rightarrow$ `fib`(3) wählt else-Zweig und ruft auf:

| $\rightarrow$ `fib`(2) wählt else-Zweig und ruft auf:

| | $\rightarrow$ `fib`(1) wählt if-Zweig und

| | $\leftarrow$ `fib`(1) gibt 1 zurück

| `fib`(2)

Rekursive Aufrufe

Aufrufsequenz

$\rightarrow$ `fib`(3) wählt else-Zweig und ruft auf:
| $\rightarrow$ `fib`(2) wählt else-Zweig und ruft auf:
| | $\rightarrow$ `fib`(1) wählt if-Zweig und
| | $\leftarrow$ `fib`(1) gibt 1 zurück
| `fib`(2) ruft jetzt auf:
| | $\rightarrow$ `fib`(0)

Aufrufsequenz

$\rightarrow$ `fib`(3) wählt else-Zweig und ruft auf:

| $\rightarrow$ `fib`(2) wählt else-Zweig und ruft auf:

| | $\rightarrow$ `fib`(1) wählt if-Zweig und

| | $\leftarrow$ `fib`(1) gibt 1 zurück

| `fib`(2) ruft jetzt auf:

| | $\rightarrow$ `fib`(0) wählt if-Zweig und

| | $\leftarrow$ `fib`(0) gibt 0 zurück

Aufrufsequenz

$\rightarrow$ `fib`(3) wählt else-Zweig und ruft auf:
| $\rightarrow$ `fib`(2) wählt else-Zweig und ruft auf:
| | $\rightarrow$ `fib`(1) wählt if-Zweig und
| | $\leftarrow$ `fib`(1) gibt 1 zurück
| `fib`(2) ruft jetzt auf:
| | $\rightarrow$ `fib`(0) wählt if-Zweig und
| | $\leftarrow$ `fib`(0) gibt 0 zurück
| $\leftarrow$ `fib`(2)

Aufrufsequenz

→ `fib`(3) wählt else-Zweig und ruft auf:
| → `fib`(2) wählt else-Zweig und ruft auf:
| | → `fib`(1) wählt if-Zweig und
| | ← `fib`(1) gibt 1 zurück
| `fib`(2) ruft jetzt auf:
| | → `fib`(0) wählt if-Zweig und
| | ← `fib`(0) gibt 0 zurück
| ← `fib`(2) gibt 1 zurück

Aufrufsequenz

$\rightarrow$ `fib`(3) wählt else-Zweig und ruft auf:
| $\rightarrow$ `fib`(2) wählt else-Zweig und ruft auf:
| | $\rightarrow$ `fib`(1) wählt if-Zweig und
| | $\leftarrow$ `fib`(1) gibt 1 zurück
| `fib`(2) ruft jetzt auf:
| | $\rightarrow$ `fib`(0) wählt if-Zweig und
| | $\leftarrow$ `fib`(0) gibt 0 zurück
| $\leftarrow$ `fib`(2) gibt 1 zurück
`fib`(3)

Aufrufsequenz

→ `fib`(3) wählt else-Zweig und ruft auf:
| → `fib`(2) wählt else-Zweig und ruft auf:
| | → `fib`(1) wählt if-Zweig und
| | ← `fib`(1) gibt 1 zurück
| `fib`(2) ruft jetzt auf:
| | → `fib`(0) wählt if-Zweig und
| | ← `fib`(0) gibt 0 zurück
| ← `fib`(2) gibt 1 zurück
`fib`(3) ruft jetzt auf:
| → `fib`(1)

Rekursive Aufrufe

Aufrufsequenz

$\rightarrow$ `fib`(3) wählt else-Zweig und ruft auf:
| $\rightarrow$ `fib`(2) wählt else-Zweig und ruft auf:
| | $\rightarrow$ `fib`(1) wählt if-Zweig und
| | $\leftarrow$ `fib`(1) gibt 1 zurück
| `fib`(2) ruft jetzt auf:
| | $\rightarrow$ `fib`(0) wählt if-Zweig und
| | $\leftarrow$ `fib`(0) gibt 0 zurück
| $\leftarrow$ `fib`(2) gibt 1 zurück
`fib`(3) ruft jetzt auf:
| $\rightarrow$ `fib`(1) wählt if-Zweig und

Rekursive Aufrufe

Aufrufsequenz

$\rightarrow$ `fib`(3) wählt else-Zweig und ruft auf:
| $\rightarrow$ `fib`(2) wählt else-Zweig und ruft auf:
| | $\rightarrow$ `fib`(1) wählt if-Zweig und
| | $\leftarrow$ `fib`(1) gibt 1 zurück
| `fib`(2) ruft jetzt auf:
| | $\rightarrow$ `fib`(0) wählt if-Zweig und
| | $\leftarrow$ `fib`(0) gibt 0 zurück
| $\leftarrow$ `fib`(2) gibt 1 zurück
`fib`(3) ruft jetzt auf:
| $\rightarrow$ `fib`(1) wählt if-Zweig und
| $\leftarrow$ `fib`(1) gibt 1 zurück

Rekursive Aufrufe

Aufrufsequenz

→ `fib`(3) wählt else-Zweig und ruft auf:
| → `fib`(2) wählt else-Zweig und ruft auf:
| | → `fib`(1) wählt if-Zweig und
| | ← `fib`(1) gibt 1 zurück
| `fib`(2) ruft jetzt auf:
| | → `fib`(0) wählt if-Zweig und
| | ← `fib`(0) gibt 0 zurück
| ← `fib`(2) gibt 1 zurück
`fib`(3) ruft jetzt auf:
| → `fib`(1) wählt if-Zweig und
| ← `fib`(1) gibt 1 zurück
← `fib`(3)

Aufrufsequenz

$\rightarrow$ `fib`(3) wählt else-Zweig und ruft auf:
| $\rightarrow$ `fib`(2) wählt else-Zweig und ruft auf:
| | $\rightarrow$ `fib`(1) wählt if-Zweig und
| | $\leftarrow$ `fib`(1) gibt 1 zurück
| `fib`(2) ruft jetzt auf:
| | $\rightarrow$ `fib`(0) wählt if-Zweig und
| | $\leftarrow$ `fib`(0) gibt 0 zurück
| $\leftarrow$ `fib`(2) gibt 1 zurück
`fib`(3) ruft jetzt auf:
| $\rightarrow$ `fib`(1) wählt if-Zweig und
| $\leftarrow$ `fib`(1) gibt 1 zurück
$\leftarrow$ `fib`(3) gibt 2 zurück

Visualisierung

Komplexe Rekursion: Verständnis und Laufzeit

- Es gibt komplexere Formen der Rekursion: mehrfach, *indirekt*, *durch Argumente*.
- Es ist nicht ganz einfach, den Verlauf der Ausführung der `fib`-Funktion nachzuvollziehen.
- Dies ist aber auch nicht notwendig! Es reicht aus, sich zu vergegenwärtigen, dass:
  - falls die Funktion alles richtig macht für Argumente mit dem Wert $< n$,
  - dann berechnet sie das Geforderte

  $\rightarrow$ Prinzip der vollständigen Induktion
- Die mehrfachen rekursiven Aufrufe führen zu sehr hoher Laufzeit!
- Auch hier ist eine iterative Lösung (`while`-Schleife) möglich.

Iterative Lösung I

- Im Allgemeinen ist es schwierig, Mehrfachrekursion in Iteration umzuwandeln.
- Bei `fib` hilft die Beobachtung, dass man den Wert immer durch die Addition der letzten beiden Werte berechnen kann. Das geht auch bei 0 startend!
- Generiere die Werte aufsteigend, bis die Anzahl der erzeugten Werte den Parameter n erreicht.

Iterative Lösung II

Python-Interpreter

```
>>> def ifib(n):
...     if n <= 1:
...         return n
...     a = 0
...     b = 1
...     i = 2
...     while i < n:
...         new = a + b
...         a = b
...         b = new
...         i += 1
...     return a + b
```

Visualisierung

Zusammenfassung

- Rekursion ist eine bekannte Definitionstechnik aus der Mathematik.

Zusammenfassung

- Rekursion ist eine bekannte Definitionstechnik aus der Mathematik.
- Rekursion erlaubt es, bestimmte Funktion sehr kurz und elegant anzugeben.

Zusammenfassung

- Rekursion ist eine bekannte Definitionstechnik aus der Mathematik.
- Rekursion erlaubt es, bestimmte Funktion sehr kurz und elegant anzugeben.
- Rekursion kann als Beispiel für das Konzept der Selbstanwendung verstanden werden, das in der Informatik weit verbreitet ist.

Zusammenfassung

- Rekursion ist eine bekannte Definitionstechnik aus der Mathematik.
- Rekursion erlaubt es, bestimmte Funktion sehr kurz und elegant anzugeben.
- Rekursion kann als Beispiel für das Konzept der Selbstanwendung verstanden werden, das in der Informatik weit verbreitet ist.
- Dies ist nicht immer die effizienteste Form! Das ist aber abhängig von der Programmiersprache.

Zusammenfassung

- Rekursion ist eine bekannte Definitionstechnik aus der Mathematik.
- Rekursion erlaubt es, bestimmte Funktion sehr kurz und elegant anzugeben.
- Rekursion kann als Beispiel für das Konzept der Selbstanwendung verstanden werden, das in der Informatik weit verbreitet ist.
- Dies ist nicht immer die effizienteste Form! Das ist aber abhängig von der Programmiersprache.
- Einfachrekursion kann meist einfach in Iteration umgewandelt werden.

Zusammenfassung

- Rekursion ist eine bekannte Definitionstechnik aus der Mathematik.
- Rekursion erlaubt es, bestimmte Funktion sehr kurz und elegant anzugeben.
- Rekursion kann als Beispiel für das Konzept der Selbstanwendung verstanden werden, das in der Informatik weit verbreitet ist.
- Dies ist nicht immer die effizienteste Form! Das ist aber abhängig von der Programmiersprache.
- Einfachrekursion kann meist einfach in Iteration umgewandelt werden.
- Mehrfachrekursion ist komplizierter.

Zusammenfassung

- Rekursion ist eine bekannte Definitionstechnik aus der Mathematik.
- Rekursion erlaubt es, bestimmte Funktion sehr kurz und elegant anzugeben.
- Rekursion kann als Beispiel für das Konzept der Selbstanwendung verstanden werden, das in der Informatik weit verbreitet ist.
- Dies ist nicht immer die effizienteste Form! Das ist aber abhängig von der Programmiersprache.
- Einfachrekursion kann meist einfach in Iteration umgewandelt werden.
- Mehrfachrekursion ist komplizierter.
- Es gibt noch komplexere Formen der Rekursion.

Zusammenfassung

- Rekursion ist eine bekannte Definitionstechnik aus der Mathematik.
- Rekursion erlaubt es, bestimmte Funktion sehr kurz und elegant anzugeben.
- Rekursion kann als Beispiel für das Konzept der Selbstanwendung verstanden werden, das in der Informatik weit verbreitet ist.
- Dies ist nicht immer die effizienteste Form! Das ist aber abhängig von der Programmiersprache.
- Einfachrekursion kann meist einfach in Iteration umgewandelt werden.
- Mehrfachrekursion ist komplizierter.
- Es gibt noch komplexere Formen der Rekursion.
- Interessant werden rekursive Funktionen bei rekursiven Datenstrukturen.