

Informatik I: Einführung in die Programmierung

8. Exkurs: Spieltheorie

Albert-Ludwigs-Universität Freiburg



**UNI
FREIBURG**

Bernhard Nebel

7. November 2017



Was ist Spieltheorie?

Was ist
Spieltheorie?

Strategische
Spiele

Wiederholte
strategische
Spiele

Zusammen-
fassung &
Ausblick

Was ist Spieltheorie?



- Spieltheorie beschäftigt sich mit Entscheidungen von rationalen Agenten in Gruppensituationen:



Was ist
Spieltheorie?

Strategische
Spiele

Wiederholte
strategische
Spiele

Zusammen-
fassung &
Ausblick

Was ist Spieltheorie?



- Spieltheorie beschäftigt sich mit Entscheidungen von rationalen Agenten in Gruppensituationen:



- Gesellschaftsspiele

Was ist
Spieltheorie?

Strategische
Spiele

Wiederholte
strategische
Spiele

Zusammen-
fassung &
Ausblick

- Spieltheorie beschäftigt sich mit **Entscheidungen** von **rationalen Agenten** in **Gruppensituationen**:



- Gesellschaftsspiele
- Entscheidungen in Politik und Wirtschaft

Was ist
Spieltheorie?

Strategische
Spiele

Wiederholte
strategische
Spiele

Zusammen-
fassung &
Ausblick

- Spieltheorie beschäftigt sich mit **Entscheidungen** von **rationalen Agenten** in **Gruppensituationen**:



- Gesellschaftsspiele
- Entscheidungen in Politik und Wirtschaft
- Auktionen

Was ist
Spieltheorie?

Strategische
Spiele

Wiederholte
strategische
Spiele

Zusammen-
fassung &
Ausblick

- Spieltheorie beschäftigt sich mit **Entscheidungen** von **rationalen Agenten** in **Gruppensituationen**:



- Gesellschaftsspiele
- Entscheidungen in Politik und Wirtschaft
- Auktionen
- Wahlen

Was ist
Spieltheorie?

Strategische
Spiele

Wiederholte
strategische
Spiele

Zusammen-
fassung &
Ausblick

- Spieltheorie beschäftigt sich mit **Entscheidungen** von **rationalen Agenten** in **Gruppensituationen**:



- Gesellschaftsspiele
 - Entscheidungen in Politik und Wirtschaft
 - Auktionen
 - Wahlen
- Entstanden in der **Mathematik** (von Neumann 1928, Nash 1950).

Was ist
Spieltheorie?

Strategische
Spiele

Wiederholte
strategische
Spiele

Zusammen-
fassung &
Ausblick

- Spieltheorie beschäftigt sich mit **Entscheidungen** von **rationalen Agenten** in **Gruppensituationen**:



- Gesellschaftsspiele
 - Entscheidungen in Politik und Wirtschaft
 - Auktionen
 - Wahlen
- Entstanden in der **Mathematik** (von Neumann 1928, Nash 1950).
 - Heute aber auch wichtiges Hilfsmittel in der Informatik:

Was ist
Spieltheorie?

Strategische
Spiele

Wiederholte
strategische
Spiele

Zusammen-
fassung &
Ausblick

- Spieltheorie beschäftigt sich mit **Entscheidungen** von **rationalen Agenten** in **Gruppensituationen**:



- Gesellschaftsspiele
- Entscheidungen in Politik und Wirtschaft
- Auktionen
- Wahlen
- Entstanden in der **Mathematik** (von Neumann 1928, Nash 1950).
- Heute aber auch wichtiges Hilfsmittel in der Informatik:
 - Multi-Agenten-Systeme (und KI allgemein)

Was ist
Spieltheorie?

Strategische
Spiele

Wiederholte
strategische
Spiele

Zusammen-
fassung &
Ausblick

- Spieltheorie beschäftigt sich mit **Entscheidungen** von **rationalen Agenten** in **Gruppensituationen**:



- Gesellschaftsspiele
 - Entscheidungen in Politik und Wirtschaft
 - Auktionen
 - Wahlen
- Entstanden in der **Mathematik** (von Neumann 1928, Nash 1950).
 - Heute aber auch wichtiges Hilfsmittel in der Informatik:
 - Multi-Agenten-Systeme (und KI allgemein)
 - Internet-Routing (und theoretische Informatik allgemein)

Was ist
Spieltheorie?

Strategische
Spiele

Wiederholte
strategische
Spiele

Zusammen-
fassung &
Ausblick

- Spieltheorie beschäftigt sich mit **Entscheidungen** von **rationalen Agenten** in **Gruppensituationen**:



- Gesellschaftsspiele
 - Entscheidungen in Politik und Wirtschaft
 - Auktionen
 - Wahlen
- Entstanden in der **Mathematik** (von Neumann 1928, Nash 1950).
 - Heute aber auch wichtiges Hilfsmittel in der Informatik:
 - Multi-Agenten-Systeme (und KI allgemein)
 - Internet-Routing (und theoretische Informatik allgemein)
 - Internet-Auktionen

Was ist
Spieltheorie?

Strategische
Spiele

Wiederholte
strategische
Spiele

Zusammen-
fassung &
Ausblick



Strategische Spiele

Was ist
Spieltheorie?

Strategische
Spiele

Motivation

Nutzenmatrix

Beispiele

Nash-Equilibrium

Wiederholte
strategische
Spiele

Zusammen-
fassung &
Ausblick



Spiele, bei denen alle Spieler **gleichzeitig** eine Entscheidung treffen und das Resultat sich aus der gleichzeitig getroffenen Entscheidung ergibt.

Beispiele:

- „Schere-Stein-Papier“,

Was ist
Spieltheorie?

Strategische
Spiele

Motivation

Nutzenmatrix

Beispiele

Nash-Equilibrium

Wiederholte
strategische
Spiele

Zusammen-
fassung &
Ausblick



Spiele, bei denen alle Spieler **gleichzeitig** eine Entscheidung treffen und das Resultat sich aus der gleichzeitig getroffenen Entscheidung ergibt.

Beispiele:

- „Schere-Stein-Papier“,
- „Elfmeter-Schießen“,

Was ist
Spieltheorie?

Strategische
Spiele

Motivation

Nutzenmatrix

Beispiele

Nash-Equilibrium

Wiederholte
strategische
Spiele

Zusammen-
fassung &
Ausblick



Spiele, bei denen alle Spieler **gleichzeitig** eine Entscheidung treffen und das Resultat sich aus der gleichzeitig getroffenen Entscheidung ergibt.

Beispiele:

- „Schere-Stein-Papier“,
- „Elfmeter-Schießen“,
- Auktion mit verdeckten Geboten,

Was ist
Spieltheorie?

Strategische
Spiele

Motivation

Nutzenmatrix

Beispiele

Nash-Equilibrium

Wiederholte
strategische
Spiele

Zusammen-
fassung &
Ausblick



Spiele, bei denen alle Spieler **gleichzeitig** eine Entscheidung treffen und das Resultat sich aus der gleichzeitig getroffenen Entscheidung ergibt.

Beispiele:

- „Schere-Stein-Papier“,
- „Elfmeter-Schießen“,
- Auktion mit verdeckten Geboten,
- Wahlen

Was ist
Spieltheorie?

Strategische
Spiele

Motivation

Nutzenmatrix

Beispiele

Nash-Equilibrium

Wiederholte
strategische
Spiele

Zusammen-
fassung &
Ausblick



Spiele, bei denen alle Spieler **gleichzeitig** eine Entscheidung treffen und das Resultat sich aus der gleichzeitig getroffenen Entscheidung ergibt.

Beispiele:

- „Schere-Stein-Papier“,
- „Elfmeter-Schießen“,
- Auktion mit verdeckten Geboten,
- Wahlen

Wichtig: Jeder Spieler macht sich Gedanken darüber, wie die anderen wohl spielen würden um dann zu einer Entscheidung zu kommen. Dabei weiß jeder Spieler, dass die anderen genauso vorgehen.

Was ist
Spieltheorie?

Strategische
Spiele

Motivation

Nutzenmatrix

Beispiele

Nash-Equilibrium

Wiederholte
strategische
Spiele

Zusammen-
fassung &
Ausblick



- Jeder Agent entscheidet über eine auszuführende **Aktion** (Schere, Stein, ...)

Was ist
Spieltheorie?

Strategische
Spiele

Motivation

Nutzenmatrix

Beispiele

Nash-Equilibrium

Wiederholte
strategische
Spiele

Zusammen-
fassung &
Ausblick



- Jeder Agent entscheidet über eine auszuführende **Aktion** (Schere, Stein, ...)
- Der **Nutzen** (engl. *Utility*, *Payoff*) der Aktion ist abhängig von den Aktionen, die die anderen gewählt haben, wobei der Nutzen immer eine reelle Zahl ist:

Was ist
Spieltheorie?

Strategische
Spiele

Motivation

Nutzenmatrix

Beispiele

Nash-Equilibrium

Wiederholte
strategische
Spiele

Zusammen-
fassung &
Ausblick



- Jeder Agent entscheidet über eine auszuführende **Aktion** (Schere, Stein, ...)
- Der **Nutzen** (engl. *Utility*, *Payoff*) der Aktion ist abhängig von den Aktionen, die die anderen gewählt haben, wobei der Nutzen immer eine reelle Zahl ist:
 - Hat man selbst „Schere“ gewählt, so ist der Nutzen 1, falls der andere „Papier“ wählt.

Was ist Spieltheorie?

Strategische Spiele

Motivation

Nutzenmatrix

Beispiele

Nash-Equilibrium

Wiederholte strategische Spiele

Zusammenfassung & Ausblick



- Jeder Agent entscheidet über eine auszuführende **Aktion** (Schere, Stein, ...)
- Der **Nutzen** (engl. *Utility*, *Payoff*) der Aktion ist abhängig von den Aktionen, die die anderen gewählt haben, wobei der Nutzen immer eine reelle Zahl ist:
 - Hat man selbst „Schere“ gewählt, so ist der Nutzen 1, falls der andere „Papier“ wählt.
 - Er ist 0, falls der andere auch „Schere“ wählt.

Was ist
Spieltheorie?

Strategische
Spiele

Motivation

Nutzenmatrix

Beispiele

Nash-Equilibrium

Wiederholte
strategische
Spiele

Zusammen-
fassung &
Ausblick



- Jeder Agent entscheidet über eine auszuführende **Aktion** (Schere, Stein, ...)
- Der **Nutzen** (engl. *Utility*, *Payoff*) der Aktion ist abhängig von den Aktionen, die die anderen gewählt haben, wobei der Nutzen immer eine reelle Zahl ist:
 - Hat man selbst „Schere“ gewählt, so ist der Nutzen 1, falls der andere „Papier“ wählt.
 - Er ist 0, falls der andere auch „Schere“ wählt.
 - Er ist -1, falls der andere „Stein“ wählt.

Was ist
Spieltheorie?

Strategische
Spiele

Motivation

Nutzenmatrix

Beispiele

Nash-Equilibrium

Wiederholte
strategische
Spiele

Zusammen-
fassung &
Ausblick



- Jeder Agent entscheidet über eine auszuführende **Aktion** (Schere, Stein, ...)
- Der **Nutzen** (engl. *Utility*, *Payoff*) der Aktion ist abhängig von den Aktionen, die die anderen gewählt haben, wobei der Nutzen immer eine reelle Zahl ist:
 - Hat man selbst „Schere“ gewählt, so ist der Nutzen 1, falls der andere „Papier“ wählt.
 - Er ist 0, falls der andere auch „Schere“ wählt.
 - Er ist -1, falls der andere „Stein“ wählt.
- Rationale Agenten versuchen ihren **Nutzen zu maximieren** (und sonst nichts).

Was ist Spieltheorie?

Strategische Spiele

Motivation

Nutzenmatrix

Beispiele

Nash-Equilibrium

Wiederholte strategische Spiele

Zusammenfassung & Ausblick

Man kann im Falle von 2 Spielern die Nutzenwerte in einer Matrix angeben.

		Spielerin 2	
		L	R
Spieler 1	T	u_1, u_2	v_1, v_2
	B	x_1, x_2	y_1, y_2

Was ist
Spieltheorie?

Strategische
Spiele

Motivation

Nutzenmatrix

Beispiele

Nash-Equilibrium

Wiederholte
strategische
Spiele

Zusammen-
fassung &
Ausblick

Man kann im Falle von 2 Spielern die Nutzenwerte in einer Matrix angeben.

		Spielerin 2	
		L	R
Spieler 1	T	u_1, u_2	v_1, v_2
	B	x_1, x_2	y_1, y_2

Spieler 1 ist der Zeilenspieler

Was ist Spieltheorie?

Strategische Spiele

Motivation

Nutzenmatrix

Beispiele

Nash-Equilibrium

Wiederholte strategische Spiele

Zusammenfassung & Ausblick

Man kann im Falle von 2 Spielern die Nutzenwerte in einer Matrix angeben.

		Spielerin 2	
		L	R
Spieler 1	T	u_1, u_2	v_1, v_2
	B	x_1, x_2	y_1, y_2

Spieler 1 ist der Zeilenspieler, der zwischen den Aktionen **T** und **B** wählen kann.

Was ist Spieltheorie?

Strategische Spiele

Motivation

Nutzenmatrix

Beispiele

Nash-Equilibrium

Wiederholte strategische Spiele

Zusammenfassung & Ausblick

Man kann im Falle von 2 Spielern die Nutzenwerte in einer Matrix angeben.

		Spielerin 2	
		L	R
Spieler 1	T	u_1, u_2	v_1, v_2
	B	x_1, x_2	y_1, y_2

Spieler 1 ist der Zeilenspieler, der zwischen den Aktionen T und B wählen kann. Seine Nutzenwerte sind die jeweils linken Werte.

Was ist Spieltheorie?

Strategische Spiele

Motivation

Nutzenmatrix

Beispiele

Nash-Equilibrium

Wiederholte strategische Spiele

Zusammenfassung & Ausblick

Man kann im Falle von 2 Spielern die Nutzenwerte in einer Matrix angeben.

		Spielerin 2	
		L	R
Spieler 1	T	u_1, u_2	v_1, v_2
	B	x_1, x_2	y_1, y_2

Spieler 1 ist der Zeilenspieler, der zwischen den Aktionen T und B wählen kann. Seine Nutzenwerte sind die jeweils linken Werte. **Spielerin 2** ist die Spaltenspielerin.

Was ist Spieltheorie?

Strategische Spiele

Motivation

Nutzenmatrix

Beispiele

Nash-Equilibrium

Wiederholte strategische Spiele

Zusammenfassung & Ausblick

Man kann im Falle von 2 Spielern die Nutzenwerte in einer Matrix angeben.

		Spielerin 2	
		L	R
Spieler 1	T	u_1, u_2	v_1, v_2
	B	x_1, x_2	y_1, y_2

Spieler 1 ist der Zeilenspieler, der zwischen den Aktionen T und B wählen kann. Seine Nutzenwerte sind die jeweils linken Werte. **Spielerin 2** ist die Spaltenspielerin. Sie kann hier zwischen den Aktionen L und R wählen.

Was ist Spieltheorie?

Strategische Spiele

Motivation

Nutzenmatrix

Beispiele

Nash-Equilibrium

Wiederholte strategische Spiele

Zusammenfassung & Ausblick

Man kann im Falle von 2 Spielern die Nutzenwerte in einer Matrix angeben.

		Spielerin 2	
		L	R
Spieler 1	T	u_1, u_2	v_1, v_2
	B	x_1, x_2	y_1, y_2

Spieler 1 ist der Zeilenspieler, der zwischen den Aktionen T und B wählen kann. Seine Nutzenwerte sind die jeweils linken Werte. Spielerin 2 ist die Spaltenspielerin. Sie kann hier zwischen den Aktionen L und R wählen. **Ihre Nutzenwerte** sind die jeweils **rechten Werte**.

Was ist Spieltheorie?

Strategische Spiele

Motivation

Nutzenmatrix

Beispiele

Nash-Equilibrium

Wiederholte strategische Spiele

Zusammenfassung & Ausblick

Man kann im Falle von 2 Spielern die Nutzenwerte in einer Matrix angeben.

		Spielerin 2	
		L	R
Spieler 1	T	u_1, u_2	v_1, v_2
	B	x_1, x_2	y_1, y_2

Spieler 1 ist der Zeilenspieler, der zwischen den Aktionen T und B wählen kann. Seine Nutzenwerte sind die jeweils linken Werte. Spielerin 2 ist die Spaltenspielerin. Sie kann hier zwischen den Aktionen L und R wählen. Ihre Nutzenwerte sind die jeweils rechten Werte.

Wählen die Spieler T und R, so ist die Auszahlung für Spieler 1 v_1 und für Spielerin 2 v_2 .

Was ist Spieltheorie?

Strategische Spiele

Motivation

Nutzenmatrix

Beispiele

Nash-Equilibrium

Wiederholte strategische Spiele

Zusammenfassung & Ausblick

Man kann im Falle von 2 Spielern die Nutzenwerte in einer Matrix angeben.

		Spielerin 2	
		L	R
Spieler 1	T	u_1, u_2	v_1, v_2
	B	x_1, x_2	y_1, y_2

Spieler 1 ist der Zeilenspieler, der zwischen den Aktionen T und B wählen kann. Seine Nutzenwerte sind die jeweils linken Werte. Spielerin 2 ist die Spaltenspielerin. Sie kann hier zwischen den Aktionen L und R wählen. Ihre Nutzenwerte sind die jeweils rechten Werte.

Wählen die Spieler T und R, so ist die Auszahlung für Spieler 1 v_1 und für Spielerin 2 v_2 .

Was ist Spieltheorie?

Strategische Spiele

Motivation

Nutzenmatrix

Beispiele

Nash-Equilibrium

Wiederholte strategische Spiele

Zusammenfassung & Ausblick

Man kann im Falle von 2 Spielern die Nutzenwerte in einer Matrix angeben.

		Spielerin 2	
		L	R
Spieler 1	T	u_1, u_2	v_1, v_2
	B	x_1, x_2	y_1, y_2

Spieler 1 ist der Zeilenspieler, der zwischen den Aktionen T und B wählen kann. Seine Nutzenwerte sind die jeweils linken Werte. Spielerin 2 ist die Spaltenspielerin. Sie kann hier zwischen den Aktionen L und R wählen. Ihre Nutzenwerte sind die jeweils rechten Werte.

Wählen die Spieler T und R, so ist die Auszahlung für Spieler 1 v_1 und für Spielerin 2 v_2 .

Was ist Spieltheorie?

Strategische Spiele

Motivation

Nutzenmatrix

Beispiele

Nash-Equilibrium

Wiederholte strategische Spiele

Zusammenfassung & Ausblick

		Spieler 2 (Torwart)	
		L	R
Spieler 1 (Schütze)	L	-1, +1	+1, -1
	R	+1, -1	-1, +1

Was ist
Spieltheorie?

Strategische
Spiele

Motivation

Nutzenmatrix

Beispiele

Nash-Equilibrium

Wiederholte
strategische
Spiele

Zusammen-
fassung &
Ausblick

		Spieler 2 (Torwart)	
		L	R
Spieler 1 (Schütze)	L	- 1, + 1	+ 1, - 1
	R	+ 1, - 1	- 1, + 1

Wenn Spieler 1 (der Schütze) sich für **L** entscheidet und der Torwart für **L**

Was ist
Spieltheorie?

Strategische
Spiele

Motivation

Nutzenmatrix

Beispiele

Nash-Equilibrium

Wiederholte
strategische
Spiele

Zusammen-
fassung &
Ausblick

		Spieler 2 (Torwart)	
		L	R
Spieler 1 (Schütze)	L	-1, +1	+1, -1
	R	+1, -1	-1, +1

Wenn Spieler 1 (der Schütze) sich für L entscheidet und der Torwart für L, dann gibt es kein Tor und **Spieler 1** erhält **-1** und Spieler 2 erhält +1.

Was ist Spieltheorie?

Strategische Spiele

Motivation

Nutzenmatrix

Beispiele

Nash-Equilibrium

Wiederholte strategische Spiele

Zusammenfassung & Ausblick

		Spieler 2 (Torwart)	
		L	R
Spieler 1 (Schütze)	L	-1, +1	+1, -1
	R	+1, -1	-1, +1

Wenn Spieler 1 (der Schütze) sich für L entscheidet und der Torwart für L, dann gibt es kein Tor und Spieler 1 erhält -1 und **Spieler 2** erhält +1.

Was ist Spieltheorie?

Strategische Spiele

Motivation

Nutzenmatrix

Beispiele

Nash-Equilibrium

Wiederholte strategische Spiele

Zusammenfassung & Ausblick

		Spieler 2 (Torwart)	
		L	R
Spieler 1 (Schütze)	L	-1, +1	+1, -1
	R	+1, -1	-1, +1

Wenn Spieler 1 (der Schütze) sich für L entscheidet und der Torwart für L, dann gibt es kein Tor und Spieler 1 erhält -1 und Spieler 2 erhält $+1$. Entscheidet sich Spieler 1 für R und Spieler 2 für L, erhält der Schütze $+1$ und der Torwart -1 .

Was ist
Spieltheorie?

Strategische
Spiele

Motivation

Nutzenmatrix

Beispiele

Nash-Equilibrium

Wiederholte
strategische
Spiele

Zusammen-
fassung &
Ausblick

		Spieler 2 (Torwart)	
		L	R
Spieler 1 (Schütze)	L	-1, +1	+1, -1
	R	+1, -1	-1, +1

Wenn Spieler 1 (der Schütze) sich für L entscheidet und der Torwart für L, dann gibt es kein Tor und Spieler 1 erhält -1 und Spieler 2 erhält $+1$. Entscheidet sich Spieler 1 für R und Spieler 2 für L, erhält **der Schütze $+1$** und der Torwart -1 .

Was ist Spieltheorie?

Strategische Spiele

Motivation

Nutzenmatrix

Beispiele

Nash-Equilibrium

Wiederholte strategische Spiele

Zusammenfassung & Ausblick

		Spieler 2 (Torwart)	
		L	R
Spieler 1 (Schütze)	L	-1, +1	+1, -1
	R	+1, -1	-1, +1

Wenn Spieler 1 (der Schütze) sich für L entscheidet und der Torwart für L, dann gibt es kein Tor und Spieler 1 erhält -1 und Spieler 2 erhält $+1$. Entscheidet sich Spieler 1 für R und Spieler 2 für L, erhält der Schütze $+1$ und der Torwart -1 .

Was ist Spieltheorie?

Strategische Spiele

Motivation

Nutzenmatrix

Beispiele

Nash-Equilibrium

Wiederholte strategische Spiele

Zusammenfassung & Ausblick



Ein Paar geht gerne ins Kino, er schaut gerne **Science-Fiction**-Filme, sie **Bollywood**-Filme. Sie gehen lieber zusammen ins Kino, als dass sie sich den Film alleine anschauen. Sie müssen allerdings ihre Kinokarten kaufen, ohne dass sie den anderen kontaktieren können (Handy kaputt).

Was ist
Spieltheorie?

Strategische
Spiele

Motivation

Nutzenmatrix

Beispiele

Nash-Equilibrium

Wiederholte
strategische
Spiele

Zusammen-
fassung &
Ausblick

Beispiel: Koordinationsspiel



Ein Paar geht gerne ins Kino, er schaut gerne **Science-Fiction**-Filme, sie **Bollywood**-Filme. Sie gehen lieber zusammen ins Kino, als dass sie sich den Film alleine anschauen. Sie müssen allerdings ihre Kinokarten kaufen, ohne dass sie den anderen kontaktieren können (Handy kaputt).

		Spieler 2	
		B	S
Spieler 1	B	1, 2	0, 0
	S	0, 0	2, 1

Was ist Spieltheorie?

Strategische Spiele

Motivation

Nutzenmatrix

Beispiele

Nash-Equilibrium

Wiederholte strategische Spiele

Zusammenfassung & Ausblick

Beispiel: Koordinationsspiel



Ein Paar geht gerne ins Kino, er schaut gerne **Science-Fiction**-Filme, sie **Bollywood**-Filme. Sie gehen lieber zusammen ins Kino, als dass sie sich den Film alleine anschauen. Sie müssen allerdings ihre Kinokarten kaufen, ohne dass sie den anderen kontaktieren können (Handy kaputt).

		Spieler 2	
		B	S
Spieler 1	B	1, 2	0, 0
	S	0, 0	2, 1

Auch als **BoS**, „Bach or Strawinsky“ oder „Battle of Sexes“ bekannt.

Was ist Spieltheorie?

Strategische Spiele

Motivation

Nutzenmatrix

Beispiele

Nash-Equilibrium

Wiederholte strategische Spiele

Zusammenfassung & Ausblick

Beispiel: Gefangenendilemma



Zwei Verbrecher, die zusammen verhaftet wurden, werden einzeln verhört. Sie können mit 0-4 Jahren Gefängnis bestraft werden (Nutzenwert 4 für 0 Jahre, 3 für 1 Jahr, usw.).

Was ist
Spieltheorie?

Strategische
Spiele

Motivation

Nutzenmatrix

Beispiele

Nash-Equilibrium

Wiederholte
strategische
Spiele

Zusammen-
fassung &
Ausblick

Beispiel: Gefangenendilemma



Zwei Verbrecher, die zusammen verhaftet wurden, werden einzeln verhört. Sie können mit 0-4 Jahren Gefängnis bestraft werden (Nutzenwert 4 für 0 Jahre, 3 für 1 Jahr, usw.). Wenn einer gesteht (**D**efect), während der andere schweigt (**C**ooperate), so wird ersterer **frei gelassen** (Wert: 4), während der andere **4 Jahre** (Wert: 0) ins Gefängnis muss. Schweigen beide (**C/C**), müssen sie für **1 Jahr** (Wert 3) ins Gefängnis. Gestehen beide, müssen sie beide für **3 Jahre** (Wert 1) ins Gefängnis.

Was ist
Spieltheorie?

Strategische
Spiele

Motivation

Nutzenmatrix

Beispiele

Nash-Equilibrium

Wiederholte
strategische
Spiele

Zusammen-
fassung &
Ausblick

Beispiel: Gefangenendilemma



Zwei Verbrecher, die zusammen verhaftet wurden, werden einzeln verhört. Sie können mit 0-4 Jahren Gefängnis bestraft werden (Nutzenwert 4 für 0 Jahre, 3 für 1 Jahr, usw.). Wenn einer gesteht (**D**efect), während der andere schweigt (**C**ooperate), so wird ersterer **frei gelassen** (Wert: 4), während der andere **4 Jahre** (Wert: 0) ins Gefängnis muss. Schweigen beide (**C/C**), müssen sie für **1 Jahr** (Wert 3) ins Gefängnis. Gestehen beide, müssen sie beide für **3 Jahre** (Wert 1) ins Gefängnis.

	C	D
C	3,3	0,4
D	4,0	1,1

Was ist Spieltheorie?

Strategische Spiele

Motivation

Nutzenmatrix

Beispiele

Nash-Equilibrium

Wiederholte strategische Spiele

Zusammenfassung & Ausblick

Beispiel: Gefangenendilemma



Zwei Verbrecher, die zusammen verhaftet wurden, werden einzeln verhört. Sie können mit 0-4 Jahren Gefängnis bestraft werden (Nutzenwert 4 für 0 Jahre, 3 für 1 Jahr, usw.). Wenn einer gesteht (**D**efect), während der andere schweigt (**C**ooperate), so wird ersterer frei gelassen (Wert: 4), während der andere 4 Jahre (Wert: 0) ins Gefängnis muss. Schweigen beide (**C/C**), müssen sie für 1 Jahr (Wert 3) ins Gefängnis. Gestehen beide, müssen sie beide für 3 Jahre (Wert 1) ins Gefängnis.

	C	D
C	3,3	0,4
D	4,0	1,1

Was ist Spieltheorie?

Strategische Spiele

Motivation

Nutzenmatrix

Beispiele

Nash-Equilibrium

Wiederholte strategische Spiele

Zusammenfassung & Ausblick

Beispiel: Gefangenendilemma



Zwei Verbrecher, die zusammen verhaftet wurden, werden einzeln verhört. Sie können mit 0-4 Jahren Gefängnis bestraft werden (Nutzenwert 4 für 0 Jahre, 3 für 1 Jahr, usw.). Wenn einer gesteht (**D**efect), während der andere schweigt (**C**ooperate), so wird ersterer **frei gelassen** (Wert: 4), während der andere **4 Jahre** (Wert: 0) ins Gefängnis muss. **Schweigen beide (C/C)**, müssen sie für **1 Jahr (Wert 3)** ins Gefängnis. Gestehen beide, müssen sie beide für **3 Jahre (Wert 1)** ins Gefängnis.

	C	D
C	3,3	0,4
D	4,0	1,1

Was ist Spieltheorie?

Strategische Spiele

Motivation

Nutzenmatrix

Beispiele

Nash-Equilibrium

Wiederholte strategische Spiele

Zusammenfassung & Ausblick

Beispiel: Gefangenendilemma



Zwei Verbrecher, die zusammen verhaftet wurden, werden einzeln verhört. Sie können mit 0-4 Jahren Gefängnis bestraft werden (Nutzenwert 4 für 0 Jahre, 3 für 1 Jahr, usw.). Wenn einer gesteht (**D**efect), während der andere schweigt (**C**ooperate), so wird ersterer **frei gelassen** (Wert: 4), während der andere **4 Jahre** (Wert: 0) ins Gefängnis muss. Schweigen beide (**C/C**), müssen sie für **1 Jahr** (Wert 3) ins Gefängnis. **Gestehen beide, müssen sie beide für 3 Jahre (Wert 1) ins Gefängnis.**

	C	D
C	3,3	0,4
D	4,0	1,1

Was ist Spieltheorie?

Strategische Spiele

Motivation

Nutzenmatrix

Beispiele

Nash-Equilibrium

Wiederholte strategische Spiele

Zusammenfassung & Ausblick



- Welche Strategie sollte man spielen?

Was ist
Spieltheorie?

Strategische
Spiele

Motivation

Nutzenmatrix

Beispiele

Nash-Equilibrium

Wiederholte
strategische
Spiele

Zusammen-
fassung &
Ausblick



- Welche Strategie sollte man spielen?
- **Maximin**: Das Maximum über alle Worst-Case-Werte.

Was ist
Spieltheorie?

Strategische
Spiele

Motivation

Nutzenmatrix

Beispiele

Nash-Equilibrium

Wiederholte
strategische
Spiele

Zusammen-
fassung &
Ausblick



- Welche Strategie sollte man spielen?
- **Maximin**: Das Maximum über alle Worst-Case-Werte.
 - Im Gefangenendilemma, ist der Worst-Case Wert 0 für C, 1 für D (für Spieler 1 hervorgehoben).

	C	D
C	3,3	0,4
D	4,0	1,1

Was ist Spieltheorie?

Strategische Spiele

Motivation

Nutzenmatrix

Beispiele

Nash-Equilibrium

Wiederholte strategische Spiele

Zusammenfassung & Ausblick

- Welche Strategie sollte man spielen?
- **Maximin**: Das Maximum über alle Worst-Case-Werte.
 - Im Gefangenendilemma, ist der Worst-Case Wert 0 für C, 1 für D (für Spieler 1 hervorgehoben).
 - Für *BoS* und *Elfmeter* bekommen wir keine Lösung.

Was ist
Spieltheorie?

Strategische
Spiele

Motivation

Nutzenmatrix

Beispiele

Nash-Equilibrium

Wiederholte
strategische
Spiele

Zusammen-
fassung &
Ausblick

	L	R
L	-1, +1	+1, -1
R	+1, -1	-1, +1

	B	S
B	1, 2	0, 0
S	0, 0	2, 1



- Welche Strategie sollte man spielen?
- **Maximin**: Das Maximum über alle Worst-Case-Werte.
 - Im Gefangenendilemma, ist der Worst-Case Wert 0 für C, 1 für D (für Spieler 1 hervorgehoben).
 - Für *BoS* und *Elfmeter* bekommen wir keine Lösung.
- **Dominante Strategien**: Ist eine Entscheidung immer besser, egal was der andere wählt, dann nimm diese.

Was ist Spieltheorie?

Strategische Spiele

Motivation

Nutzenmatrix

Beispiele

Nash-Equilibrium

Wiederholte strategische Spiele

Zusammenfassung & Ausblick

- Welche Strategie sollte man spielen?
- **Maximin**: Das Maximum über alle Worst-Case-Werte.
 - Im Gefangenendilemma, ist der Worst-Case Wert 0 für C, 1 für D (für Spieler 1 hervorgehoben).
 - Für *BoS* und *Elfmeter* bekommen wir keine Lösung.
- **Dominante Strategien**: Ist eine Entscheidung immer besser, egal was der andere wählt, dann nimm diese.
 - Im Gefangenendilemma ist der Nutzen für **D immer höher** als für **C** (für Spieler 1 hervorgehoben).

	C	D
C	3,3	0,4
D	4,0	1,1

Was ist Spieltheorie?

Strategische Spiele

Motivation

Nutzenmatrix

Beispiele

Nash-Equilibrium

Wiederholte strategische Spiele

Zusammenfassung & Ausblick

- Welche Strategie sollte man spielen?
- **Maximin**: Das Maximum über alle Worst-Case-Werte.
 - Im Gefangenendilemma, ist der Worst-Case Wert 0 für C, 1 für D (für Spieler 1 hervorgehoben).
 - Für *BoS* und *Elfmeter* bekommen wir keine Lösung.
- **Dominante Strategien**: Ist eine Entscheidung immer besser, egal was der andere wählt, dann nimm diese.
 - Im Gefangenendilemma ist der Nutzen für D *immer höher* als für C (für Spieler 1 hervorgehoben).
 - Bei den anderen Spielen nicht vorhanden.

	L	R
L	-1, +1	+1, -1
R	+1, -1	-1, +1

	B	S
B	1, 2	0, 0
S	0, 0	2, 1

Was ist Spieltheorie?

Strategische Spiele

Motivation

Nutzenmatrix

Beispiele

Nash-Equilibrium

Wiederholte strategische Spiele

Zusammenfassung & Ausblick



- John Nash schlug vor, **Kombinationen von Aktionen** (*Aktionsprofile*) als Lösungen zu betrachten, bei denen sich kein Spieler durch eine Abweichung verbessern kann: **Nash-Equilibrium** (*NE*)

Was ist
Spieltheorie?

Strategische
Spiele

Motivation

Nutzenmatrix

Beispiele

Nash-Equilibrium

Wiederholte
strategische
Spiele

Zusammen-
fassung &
Ausblick

- John Nash schlug vor, **Kombinationen von Aktionen** (*Aktionsprofile*) als Lösungen zu betrachten, bei denen sich kein Spieler durch eine Abweichung verbessern kann: **Nash-Equilibrium** (*NE*)
 - Im Gefangenendilemma, ist das einzige Nash-Equilibrium (**D,D**).

Was ist Spieltheorie?

Strategische Spiele

Motivation

Nutzenmatrix

Beispiele

Nash-Equilibrium

Wiederholte strategische Spiele

Zusammenfassung & Ausblick

	C	D
C	3,3	0,4
D	4,0	1,1

- John Nash schlug vor, **Kombinationen von Aktionen** (*Aktionsprofile*) als Lösungen zu betrachten, bei denen sich kein Spieler durch eine Abweichung verbessern kann: **Nash-Equilibrium** (*NE*)
 - Im Gefangenendilemma, ist das einzige Nash-Equilibrium (D,D).
 - Bei BoS gibt es zwei Nash-Equilibria: **(B,B)**, **(S,S)**.

	B	S
B	1,2	0,0
S	0,0	2,1

Was ist Spieltheorie?

Strategische Spiele

Motivation

Nutzenmatrix

Beispiele

Nash-Equilibrium

Wiederholte strategische Spiele

Zusammenfassung & Ausblick

- John Nash schlug vor, **Kombinationen von Aktionen** (*Aktionsprofile*) als Lösungen zu betrachten, bei denen sich kein Spieler durch eine Abweichung verbessern kann: **Nash-Equilibrium** (*NE*)
 - Im Gefangenendilemma, ist das einzige Nash-Equilibrium (D,D).
 - Bei BoS gibt es zwei Nash-Equilibria: (B,B), (S,S).
 - Im Elfmeterspiel gibt es kein Gleichgewicht.

	L	R
L	-1, +1	+1, -1
R	+1, -1	-1, +1

Was ist Spieltheorie?

Strategische Spiele

Motivation

Nutzenmatrix

Beispiele

Nash-Equilibrium

Wiederholte strategische Spiele

Zusammenfassung & Ausblick



- **John Nash** schlug vor, **Kombinationen von Aktionen** (*Aktionsprofile*) als Lösungen zu betrachten, bei denen sich kein Spieler durch eine Abweichung verbessern kann: **Nash-Equilibrium** (*NE*)
 - Im Gefangenendilemma, ist das einzige Nash-Equilibrium (D,D).
 - Bei BoS gibt es zwei Nash-Equilibria: (B,B), (S,S).
 - Im Elfmeterspiel gibt es kein Gleichgewicht.
 - Erweitert man die wählbaren Aktionen auf *Wahrscheinlichkeitsverteilungen* über den Aktionen, so gibt es (in endlichen strategischen Spielen) immer ein Nash-Equilibrium (**Satz von Nash**)!

Was ist
Spieltheorie?

Strategische
Spiele

Motivation

Nutzenmatrix

Beispiele

Nash-Equilibrium

Wiederholte
strategische
Spiele

Zusammen-
fassung &
Ausblick



Wiederholte strategische Spiele

Was ist
Spieltheorie?

Strategische
Spiele

Wiederholte
strategische
Spiele

Wiederholte Spiele
mit unsicherem
Abbruch

Strategien =
Moore-Automaten

Alternative
Nash-Equilibria

Welche Strategie
ist die Beste?

Zusammen-
fassung &
Ausblick



- Wählt man die **Maximin**-Aktion um das schlechtest mögliche Ergebnis zu maximieren, erhält man D.

Was ist
Spieltheorie?

Strategische
Spiele

Wiederholte
strategische
Spiele

Wiederholte Spiele
mit unsicherem
Abbruch

Strategien =
Moore-Automaten

Alternative
Nash-Equilibria
Welche Strategie
ist die Beste?

Zusammen-
fassung &
Ausblick



- Wählt man die **Maximin**-Aktion um das schlechtest mögliche Ergebnis zu maximieren, erhält man D.
- Außerdem ist D eine **dominante** Aktion, da der Nutzen, egal was der andere Spieler macht, immer maximal ist.

Was ist
Spieltheorie?

Strategische
Spiele

Wiederholte
strategische
Spiele

Wiederholte Spiele
mit unsicherem
Abbruch

Strategien =
Moore-Automaten

Alternative
Nash-Equilibria
Welche Strategie
ist die Beste?

Zusammen-
fassung &
Ausblick



- Wählt man die **Maximin**-Aktion um das schlechtest mögliche Ergebnis zu maximieren, erhält man D.
- Außerdem ist D eine **dominante** Aktion, da der Nutzen, egal was der andere Spieler macht, immer maximal ist.
- Außerdem ist (D,D) ein **Nash-Equilibrium**.

Was ist
Spieltheorie?

Strategische
Spiele

Wiederholte
strategische
Spiele

Wiederholte Spiele
mit unsicherem
Abbruch

Strategien =
Moore-Automaten

Alternative
Nash-Equilibria

Welche Strategie
ist die Beste?

Zusammen-
fassung &
Ausblick



- Wählt man die **Maximin**-Aktion um das schlechtest mögliche Ergebnis zu maximieren, erhält man D.
- Außerdem ist D eine **dominante** Aktion, da der Nutzen, egal was der andere Spieler macht, immer maximal ist.
- Außerdem ist (D,D) ein **Nash-Equilibrium**.
- Wünschenswert wäre aber natürlich für beide Spieler, dass (C,C) gespielt wird.

Was ist
Spieltheorie?

Strategische
Spiele

Wiederholte
strategische
Spiele

Wiederholte Spiele
mit unsicherem
Abbruch

Strategien =
Moore-Automaten

Alternative
Nash-Equilibria
Welche Strategie
ist die Beste?

Zusammen-
fassung &
Ausblick



- Wählt man die **Maximin**-Aktion um das schlechtest mögliche Ergebnis zu maximieren, erhält man D.
- Außerdem ist D eine **dominante** Aktion, da der Nutzen, egal was der andere Spieler macht, immer maximal ist.
- Außerdem ist (D,D) ein **Nash-Equilibrium**.
- Wünschenswert wäre aber natürlich für beide Spieler, dass (C,C) gespielt wird.
- Tatsächlich spielen Menschen auch oft (C,C):

Was ist Spieltheorie?

Strategische Spiele

Wiederholte strategische Spiele

Wiederholte Spiele mit unsicherem Abbruch

Strategien = Moore-Automaten

Alternative Nash-Equilibria
Welche Strategie ist die Beste?

Zusammenfassung & Ausblick



- Wählt man die **Maximin**-Aktion um das schlechtest mögliche Ergebnis zu maximieren, erhält man D.
- Außerdem ist D eine **dominante** Aktion, da der Nutzen, egal was der andere Spieler macht, immer maximal ist.
- Außerdem ist (D,D) ein **Nash-Equilibrium**.
- Wünschenswert wäre aber natürlich für beide Spieler, dass (C,C) gespielt wird.
- Tatsächlich spielen Menschen auch oft (C,C):
 - weil sie **Erfahrungen** gesammelt haben,

Was ist Spieltheorie?

Strategische Spiele

Wiederholte strategische Spiele

Wiederholte Spiele mit unsicherem Abbruch

Strategien = Moore-Automaten

Alternative Nash-Equilibria
Welche Strategie ist die Beste?

Zusammenfassung & Ausblick



- Wählt man die **Maximin**-Aktion um das schlechtest mögliche Ergebnis zu maximieren, erhält man D.
- Außerdem ist D eine **dominante** Aktion, da der Nutzen, egal was der andere Spieler macht, immer maximal ist.
- Außerdem ist (D,D) ein **Nash-Equilibrium**.
- Wünschenswert wäre aber natürlich für beide Spieler, dass (C,C) gespielt wird.
- Tatsächlich spielen Menschen auch oft (C,C):
 - weil sie **Erfahrungen** gesammelt haben,
 - weil sie **Vertrauen** in den anderen Spieler haben,

Was ist Spieltheorie?

Strategische Spiele

Wiederholte strategische Spiele

Wiederholte Spiele mit unsicherem Abbruch

Strategien = Moore-Automaten

Alternative Nash-Equilibria
Welche Strategie ist die Beste?

Zusammenfassung & Ausblick



- Wählt man die **Maximin**-Aktion um das schlechtest mögliche Ergebnis zu maximieren, erhält man D.
- Außerdem ist D eine **dominante** Aktion, da der Nutzen, egal was der andere Spieler macht, immer maximal ist.
- Außerdem ist (D,D) ein **Nash-Equilibrium**.
- Wünschenswert wäre aber natürlich für beide Spieler, dass (C,C) gespielt wird.
- Tatsächlich spielen Menschen auch oft (C,C):
 - weil sie **Erfahrungen** gesammelt haben,
 - weil sie **Vertrauen** in den anderen Spieler haben,
 - weil sie sich vor **Bestrafung** fürchten.

Was ist
Spieltheorie?

Strategische
Spiele

Wiederholte
strategische
Spiele

Wiederholte Spiele
mit unsicherem
Abbruch

Strategien =
Moore-Automaten

Alternative
Nash-Equilibria
Welche Strategie
ist die Beste?

Zusammen-
fassung &
Ausblick



- Um die Zeit- und Erfahrungsaspekte mit einzubringen, kann man die Spiele mehrfach spielen lassen.

Was ist
Spieltheorie?

Strategische
Spiele

**Wiederholte
strategische
Spiele**

Wiederholte Spiele
mit unsicherem
Abbruch

Strategien =
Moore-Automaten

Alternative
Nash-Equilibria

Welche Strategie
ist die Beste?

Zusammen-
fassung &
Ausblick



- Um die Zeit- und Erfahrungsaspekte mit einzubringen, kann man die Spiele mehrfach spielen lassen.
- Also z.B. **10 Runden** des Gefangenendilemmas hintereinander spielen.

Was ist
Spieltheorie?

Strategische
Spiele

Wiederholte
strategische
Spiele

Wiederholte Spiele
mit unsicherem
Abbruch

Strategien =
Moore-Automaten

Alternative
Nash-Equilibria
Welche Strategie
ist die Beste?

Zusammen-
fassung &
Ausblick



- Um die Zeit- und Erfahrungsaspekte mit einzubringen, kann man die Spiele mehrfach spielen lassen.
- Also z.B. **10 Runden** des Gefangenendilemmas hintereinander spielen.
- Was wäre ein Nash-Equilibrium für dieses **neue Spiel**?

Was ist
Spieltheorie?

Strategische
Spiele

Wiederholte
strategische
Spiele

Wiederholte Spiele
mit unsicherem
Abbruch

Strategien =
Moore-Automaten

Alternative
Nash-Equilibria

Welche Strategie
ist die Beste?

Zusammen-
fassung &
Ausblick



- Um die Zeit- und Erfahrungsaspekte mit einzubringen, kann man die Spiele mehrfach spielen lassen.
- Also z.B. **10 Runden** des Gefangenendilemmas hintereinander spielen.
- Was wäre ein Nash-Equilibrium für dieses **neue Spiel**?
 - Im letzten Spiel ist das **einzige NE** das bekannte (D,D).

Was ist Spieltheorie?

Strategische Spiele

Wiederholte strategische Spiele

Wiederholte Spiele mit unsicherem Abbruch

Strategien = Moore-Automaten

Alternative Nash-Equilibria
Welche Strategie ist die Beste?

Zusammenfassung & Ausblick



- Um die Zeit- und Erfahrungsaspekte mit einzubringen, kann man die Spiele mehrfach spielen lassen.
- Also z.B. **10 Runden** des Gefangenendilemmas hintereinander spielen.
- Was wäre ein Nash-Equilibrium für dieses **neue Spiel**?
 - Im letzten Spiel ist das **einzige NE** das bekannte (D,D).
 - Dann ist allerdings im **vorletzten Spiel** auch (D,D) das einzige NE ...

Was ist Spieltheorie?

Strategische Spiele

Wiederholte strategische Spiele

Wiederholte Spiele mit unsicherem Abbruch

Strategien = Moore-Automaten

Alternative Nash-Equilibria

Welche Strategie ist die Beste?

Zusammenfassung & Ausblick



- Um die Zeit- und Erfahrungsaspekte mit einzubringen, kann man die Spiele mehrfach spielen lassen.
- Also z.B. **10 Runden** des Gefangenendilemmas hintereinander spielen.
- Was wäre ein Nash-Equilibrium für dieses **neue Spiel**?
 - Im letzten Spiel ist das **einzigste NE** das bekannte (D,D).
 - Dann ist allerdings im **vorletzten Spiel** auch (D,D) das einzige NE ...
- Wir könnten allerdings nach jeder Runde mit einer **Wahrscheinlichkeit p das Spiel beenden**, dann gibt es keine letzte Runde!

Was ist Spieltheorie?

Strategische Spiele

Wiederholte strategische Spiele

Wiederholte Spiele mit unsicherem Abbruch

Strategien = Moore-Automaten

Alternative Nash-Equilibria
Welche Strategie ist die Beste?

Zusammenfassung & Ausblick



- Um die Zeit- und Erfahrungsaspekte mit einzubringen, kann man die Spiele mehrfach spielen lassen.
- Also z.B. **10 Runden** des Gefangenendilemmas hintereinander spielen.
- Was wäre ein Nash-Equilibrium für dieses **neue Spiel**?
 - Im letzten Spiel ist das **einzigste NE** das bekannte (D,D).
 - Dann ist allerdings im **vorletzten Spiel** auch (D,D) das einzige NE ...
- Wir könnten allerdings nach jeder Runde mit einer **Wahrscheinlichkeit p das Spiel beenden**, dann gibt es keine letzte Runde!
- Statt festen Nutzenwerten müssen wir jetzt den Erwartungswert des Nutzens (= **erwarteten Nutzen**) bestimmen.

Was ist Spieltheorie?

Strategische Spiele

Wiederholte strategische Spiele

Wiederholte Spiele mit unsicherem Abbruch

Strategien = Moore-Automaten

Alternative Nash-Equilibria
Welche Strategie ist die Beste?

Zusammenfassung & Ausblick



- Wir nehmen an, dass nach jeder Runde mit einer Wahrscheinlichkeit von $0 < p < 1$ das Spiel beendet wird.

Was ist
Spieltheorie?

Strategische
Spiele

Wiederholte
strategische
Spiele

Wiederholte Spiele
mit unsicherem
Abbruch

Strategien =
Moore-Automaten

Alternative
Nash-Equilibria
Welche Strategie
ist die Beste?

Zusammen-
fassung &
Ausblick



- Wir nehmen an, dass nach jeder Runde mit einer Wahrscheinlichkeit von $0 < p < 1$ das Spiel beendet wird.
- Was ist der **Erwartungswert** für die Anzahl der Runden?

Was ist
Spieltheorie?

Strategische
Spiele

Wiederholte
strategische
Spiele

Wiederholte Spiele
mit unsicherem
Abbruch

Strategien =
Moore-Automaten

Alternative
Nash-Equilibria
Welche Strategie
ist die Beste?

Zusammen-
fassung &
Ausblick



- Wir nehmen an, dass nach jeder Runde mit einer Wahrscheinlichkeit von $0 < p < 1$ das Spiel beendet wird.
- Was ist der **Erwartungswert** für die Anzahl der Runden?
- $1p$

Was ist Spieltheorie?

Strategische Spiele

Wiederholte strategische Spiele

Wiederholte Spiele mit unsicherem Abbruch

Strategien = Moore-Automaten

Alternative Nash-Equilibria
Welche Strategie ist die Beste?

Zusammenfassung & Ausblick



- Wir nehmen an, dass nach jeder Runde mit einer Wahrscheinlichkeit von $0 < p < 1$ das Spiel beendet wird.
- Was ist der **Erwartungswert** für die Anzahl der Runden?
- $1p + 2(1 - p)p$

Was ist Spieltheorie?

Strategische Spiele

Wiederholte strategische Spiele

Wiederholte Spiele mit unsicherem Abbruch

Strategien = Moore-Automaten

Alternative Nash-Equilibria
Welche Strategie ist die Beste?

Zusammenfassung & Ausblick



- Wir nehmen an, dass nach jeder Runde mit einer Wahrscheinlichkeit von $0 < p < 1$ das Spiel beendet wird.
- Was ist der **Erwartungswert** für die Anzahl der Runden?
- $1p + 2(1 - p)p + 3(1 - p)^2p + \dots$

Was ist Spieltheorie?

Strategische Spiele

Wiederholte strategische Spiele

Wiederholte Spiele mit unsicherem Abbruch

Strategien = Moore-Automaten

Alternative Nash-Equilibria

Welche Strategie ist die Beste?

Zusammenfassung & Ausblick



- Wir nehmen an, dass nach jeder Runde mit einer Wahrscheinlichkeit von $0 < p < 1$ das Spiel beendet wird.
- Was ist der **Erwartungswert** für die Anzahl der Runden?
- $1p + 2(1 - p)p + 3(1 - p)^2p + \dots = \sum_{i=1}^{\infty} ip(1 - p)^{i-1} =$

Was ist Spieltheorie?

Strategische Spiele

Wiederholte strategische Spiele

Wiederholte Spiele mit unsicherem Abbruch

Strategien = Moore-Automaten

Alternative Nash-Equilibria

Welche Strategie ist die Beste?

Zusammenfassung & Ausblick



- Wir nehmen an, dass nach jeder Runde mit einer Wahrscheinlichkeit von $0 < p < 1$ das Spiel beendet wird.
- Was ist der **Erwartungswert** für die Anzahl der Runden?
- $1p + 2(1 - p)p + 3(1 - p)^2p + \dots = \sum_{i=1}^{\infty} ip(1 - p)^{i-1} = ?$

Was ist Spieltheorie?

Strategische Spiele

Wiederholte strategische Spiele

Wiederholte Spiele mit unsicherem Abbruch

Strategien = Moore-Automaten

Alternative Nash-Equilibria

Welche Strategie ist die Beste?

Zusammenfassung & Ausblick



- Wir nehmen an, dass nach jeder Runde mit einer Wahrscheinlichkeit von $0 < p < 1$ das Spiel beendet wird.
- Was ist der **Erwartungswert** für die Anzahl der Runden?
- $1p + 2(1 - p)p + 3(1 - p)^2p + \dots = \sum_{i=1}^{\infty} ip(1 - p)^{i-1} = ?$
- Welchen **erwarteten Nutzen** erhält ein Spieler, wenn er in jeder Runde den konstanten Nutzen u bekommt?

Was ist Spieltheorie?

Strategische Spiele

Wiederholte strategische Spiele

Wiederholte Spiele mit unsicherem Abbruch

Strategien = Moore-Automaten

Alternative Nash-Equilibria
Welche Strategie ist die Beste?

Zusammenfassung & Ausblick



- Wir nehmen an, dass nach jeder Runde mit einer Wahrscheinlichkeit von $0 < p < 1$ das Spiel beendet wird.
- Was ist der **Erwartungswert** für die Anzahl der Runden?
- $1p + 2(1 - p)p + 3(1 - p)^2p + \dots = \sum_{i=1}^{\infty} ip(1 - p)^{i-1} = ?$
- Welchen **erwarteten Nutzen** erhält ein Spieler, wenn er in jeder Runde den konstanten Nutzen u bekommt?
- u

Was ist Spieltheorie?

Strategische Spiele

Wiederholte strategische Spiele

Wiederholte Spiele mit unsicherem Abbruch

Strategien = Moore-Automaten

Alternative Nash-Equilibria

Welche Strategie ist die Beste?

Zusammenfassung & Ausblick



- Wir nehmen an, dass nach jeder Runde mit einer Wahrscheinlichkeit von $0 < p < 1$ das Spiel beendet wird.
- Was ist der **Erwartungswert** für die Anzahl der Runden?
- $1p + 2(1 - p)p + 3(1 - p)^2p + \dots = \sum_{i=1}^{\infty} ip(1 - p)^{i-1} = ?$
- Welchen **erwarteten Nutzen** erhält ein Spieler, wenn er in jeder Runde den konstanten Nutzen u bekommt?
- $u + u(1 - p)$

Was ist Spieltheorie?

Strategische Spiele

Wiederholte strategische Spiele

Wiederholte Spiele mit unsicherem Abbruch

Strategien = Moore-Automaten

Alternative Nash-Equilibria

Welche Strategie ist die Beste?

Zusammenfassung & Ausblick



- Wir nehmen an, dass nach jeder Runde mit einer Wahrscheinlichkeit von $0 < p < 1$ das Spiel beendet wird.
- Was ist der **Erwartungswert** für die Anzahl der Runden?
- $1p + 2(1 - p)p + 3(1 - p)^2p + \dots = \sum_{i=1}^{\infty} ip(1 - p)^{i-1} = ?$
- Welchen **erwarteten Nutzen** erhält ein Spieler, wenn er in jeder Runde den konstanten Nutzen u bekommt?
- $u + u(1 - p) + u(1 - p)^2 + \dots$

Was ist Spieltheorie?

Strategische Spiele

Wiederholte strategische Spiele

Wiederholte Spiele mit unsicherem Abbruch

Strategien = Moore-Automaten

Alternative Nash-Equilibria

Welche Strategie ist die Beste?

Zusammenfassung & Ausblick



- Wir nehmen an, dass nach jeder Runde mit einer Wahrscheinlichkeit von $0 < p < 1$ das Spiel beendet wird.
- Was ist der **Erwartungswert** für die Anzahl der Runden?
- $1p + 2(1-p)p + 3(1-p)^2p + \dots = \sum_{i=1}^{\infty} ip(1-p)^{i-1} = ?$
- Welchen **erwarteten Nutzen** erhält ein Spieler, wenn er in jeder Runde den konstanten Nutzen u bekommt?
- $u + u(1-p) + u(1-p)^2 + \dots = \sum_{i=0}^{\infty} u(1-p)^i =$

Was ist Spieltheorie?

Strategische Spiele

Wiederholte strategische Spiele

Wiederholte Spiele mit unsicherem Abbruch

Strategien = Moore-Automaten

Alternative Nash-Equilibria

Welche Strategie ist die Beste?

Zusammenfassung & Ausblick



- Wir nehmen an, dass nach jeder Runde mit einer Wahrscheinlichkeit von $0 < p < 1$ das Spiel beendet wird.
- Was ist der **Erwartungswert** für die Anzahl der Runden?
- $1p + 2(1 - p)p + 3(1 - p)^2p + \dots = \sum_{i=1}^{\infty} ip(1 - p)^{i-1} = ?$
- Welchen **erwarteten Nutzen** erhält ein Spieler, wenn er in jeder Runde den konstanten Nutzen u bekommt?
- $u + u(1 - p) + u(1 - p)^2 + \dots = \sum_{i=0}^{\infty} u(1 - p)^i = ?$

Was ist Spieltheorie?

Strategische Spiele

Wiederholte strategische Spiele

Wiederholte Spiele mit unsicherem Abbruch

Strategien = Moore-Automaten

Alternative Nash-Equilibria

Welche Strategie ist die Beste?

Zusammenfassung & Ausblick



- Wir nehmen an, dass nach jeder Runde mit einer Wahrscheinlichkeit von $0 < p < 1$ das Spiel beendet wird.
- Was ist der **Erwartungswert** für die Anzahl der Runden?
- $1p + 2(1-p)p + 3(1-p)^2p + \dots = \sum_{i=1}^{\infty} ip(1-p)^{i-1} = ?$
- Welchen **erwarteten Nutzen** erhält ein Spieler, wenn er in jeder Runde den konstanten Nutzen u bekommt?
- $u + u(1-p) + u(1-p)^2 + \dots = \sum_{i=0}^{\infty} u(1-p)^i = ?$
- Dazu müssen wir wissen, welchen Wert die **unendlichen Reihen** $\sum_{i=1}^{\infty} ix^i$ und $\sum_{i=0}^{\infty} x^i$ (für $|x| < 1$) haben.

Was ist Spieltheorie?

Strategische Spiele

Wiederholte strategische Spiele

Wiederholte Spiele mit unsicherem Abbruch

Strategien = Moore-Automaten

Alternative Nash-Equilibria

Welche Strategie ist die Beste?

Zusammenfassung & Ausblick



Für $0 < x < 1$:

$$s = 1 + x + x^2 + \dots$$

Was ist
Spieltheorie?

Strategische
Spiele

Wiederholte
strategische
Spiele

**Wiederholte Spiele
mit unsicherem
Abbruch**

Strategien =
Moore-Automaten

Alternative
Nash-Equilibria

Welche Strategie
ist die Beste?

Zusammen-
fassung &
Ausblick



Für $0 < x < 1$:

$$\begin{aligned} s &= 1 + x + x^2 + \dots \\ &= 1 + x(1 + x + x^2 + \dots) \quad (x \text{ ausgeklammert}) \end{aligned}$$

Was ist
Spieltheorie?

Strategische
Spiele

Wiederholte
strategische
Spiele

Wiederholte Spiele
mit unsicherem
Abbruch

Strategien =
Moore-Automaten

Alternative
Nash-Equilibria
Welche Strategie
ist die Beste?

Zusammen-
fassung &
Ausblick

Zwei wichtige Reihen



Für $0 < x < 1$:

$$\begin{aligned} s &= 1 + x + x^2 + \dots \\ &= 1 + x(1 + x + x^2 + \dots) \quad (x \text{ ausgeklammert}) \\ &= 1 + xs \quad (s \text{ eingesetzt}) \end{aligned}$$

Was ist
Spieltheorie?

Strategische
Spiele

Wiederholte
strategische
Spiele

Wiederholte Spiele
mit unsicherem
Abbruch

Strategien =
Moore-Automaten

Alternative
Nash-Equilibria

Welche Strategie
ist die Beste?

Zusammen-
fassung &
Ausblick

Zwei wichtige Reihen



Für $0 < x < 1$:

$$s = 1 + x + x^2 + \dots$$

$$= 1 + x(1 + x + x^2 + \dots) \quad (x \text{ ausgeklammert})$$

$$= 1 + xs \quad (s \text{ eingesetzt})$$

$$(1 - x)s = 1 \quad (-xs \text{ und } s \text{ ausgeklammert})$$

Was ist
Spieltheorie?

Strategische
Spiele

Wiederholte
strategische
Spiele

Wiederholte Spiele
mit unsicherem
Abbruch

Strategien =
Moore-Automaten

Alternative
Nash-Equilibria

Welche Strategie
ist die Beste?

Zusammen-
fassung &
Ausblick

Zwei wichtige Reihen



Für $0 < x < 1$:

$$\begin{aligned} s &= 1 + x + x^2 + \dots \\ &= 1 + x(1 + x + x^2 + \dots) \quad (x \text{ ausgeklammert}) \\ &= 1 + xs \quad (s \text{ eingesetzt}) \end{aligned}$$

$$(1 - x)s = 1 \quad (-xs \text{ und } s \text{ ausgeklammert})$$

$$s = \frac{1}{(1-x)} \quad (\text{durch } (1-x) \text{ geteilt})$$

Was ist
Spieltheorie?

Strategische
Spiele

Wiederholte
strategische
Spiele

Wiederholte Spiele
mit unsicherem
Abbruch

Strategien =
Moore-Automaten

Alternative
Nash-Equilibria

Welche Strategie
ist die Beste?

Zusammen-
fassung &
Ausblick

Zwei wichtige Reihen



Für $0 < x < 1$:

$$\begin{aligned} s &= 1 + x + x^2 + \dots \\ &= 1 + x(1 + x + x^2 + \dots) && (x \text{ ausgeklammert}) \\ &= 1 + xs && (s \text{ eingesetzt}) \end{aligned}$$

$$(1 - x)s = 1 \quad (-xs \text{ und } s \text{ ausgeklammert})$$

$$s = \frac{1}{(1-x)} \quad (\text{durch } (1-x) \text{ geteilt})$$

$$\sum_{j=0}^{\infty} x^j = \frac{1}{(1-x)}$$

Was ist
Spieltheorie?

Strategische
Spiele

Wiederholte
strategische
Spiele

Wiederholte Spiele
mit unsicherem
Abbruch

Strategien =
Moore-Automaten

Alternative
Nash-Equilibria
Welche Strategie
ist die Beste?

Zusammen-
fassung &
Ausblick

Zwei wichtige Reihen



Für $0 < x < 1$:

$$\begin{aligned} s &= 1 + x + x^2 + \dots \\ &= 1 + x(1 + x + x^2 + \dots) \quad (x \text{ ausgeklammert}) \\ &= 1 + xs \quad (s \text{ eingesetzt}) \end{aligned}$$

$$(1 - x)s = 1 \quad (-xs \text{ und } s \text{ ausgeklammert})$$

$$s = \frac{1}{(1-x)} \quad (\text{durch } (1-x) \text{ geteilt})$$

$$\sum_{i=0}^{\infty} x^i = \frac{1}{(1-x)}$$

$$\sum_{i=0}^{\infty} ix^{i-1} = \frac{1}{(1-x)^2} \quad (\text{auf beiden Seiten differenzieren})$$

Was ist
Spieltheorie?

Strategische
Spiele

Wiederholte
strategische
Spiele

Wiederholte Spiele
mit unsicherem
Abbruch

Strategien =
Moore-Automaten

Alternative
Nash-Equilibria
Welche Strategie
ist die Beste?

Zusammen-
fassung &
Ausblick

Zwei wichtige Reihen



Für $0 < x < 1$:

$$s = 1 + x + x^2 + \dots$$

$$= 1 + x(1 + x + x^2 + \dots) \quad (x \text{ ausgeklammert})$$

$$= 1 + xs \quad (s \text{ eingesetzt})$$

$$(1 - x)s = 1 \quad (-xs \text{ und } s \text{ ausgeklammert})$$

$$s = \frac{1}{(1-x)} \quad (\text{durch } (1-x) \text{ geteilt})$$

$$\sum_{i=0}^{\infty} x^i = \frac{1}{(1-x)}$$

$$\sum_{i=0}^{\infty} ix^{i-1} = \frac{1}{(1-x)^2} \quad (\text{auf beiden Seiten differenzieren})$$

$$\sum_{i=1}^{\infty} ix^i = \frac{x}{(1-x)^2} \quad (\text{mit } x \text{ multiplizieren})$$

Was ist
Spieltheorie?

Strategische
Spiele

Wiederholte
strategische
Spiele

Wiederholte Spiele
mit unsicherem
Abbruch

Strategien =
Moore-Automaten

Alternative
Nash-Equilibria
Welche Strategie
ist die Beste?

Zusammen-
fassung &
Ausblick



$\sum_{i=1}^{\infty} ix^i = \frac{x}{(1-x)^2}$ angewandt auf die erwartete Spiellänge:

$$\sum_{i=1}^{\infty} ip(1-p)^{i-1} =$$

Was ist
Spieltheorie?

Strategische
Spiele

Wiederholte
strategische
Spiele

**Wiederholte Spiele
mit unsicherem
Abbruch**

Strategien =
Moore-Automaten

Alternative
Nash-Equilibria

Welche Strategie
ist die Beste?

Zusammen-
fassung &
Ausblick

$\sum_{i=1}^{\infty} ix^i = \frac{x}{(1-x)^2}$ angewandt auf die erwartete Spiellänge:

$$\sum_{i=1}^{\infty} ip(1-p)^{i-1} = \frac{p}{1-p} \sum_{i=1}^{\infty} i(1-p)^i$$

Was ist
Spieltheorie?

Strategische
Spiele

Wiederholte
strategische
Spiele

Wiederholte Spiele
mit unsicherem
Abbruch

Strategien =
Moore-Automaten

Alternative
Nash-Equilibria

Welche Strategie
ist die Beste?

Zusammen-
fassung &
Ausblick

$\sum_{i=1}^{\infty} ix^i = \frac{x}{(1-x)^2}$ angewandt auf die erwartete Spiellänge:

$$\begin{aligned}\sum_{i=1}^{\infty} ip(1-p)^{i-1} &= \frac{p}{1-p} \sum_{i=1}^{\infty} i(1-p)^i \\ &= \frac{p}{(1-p)} \cdot \frac{(1-p)}{(1-(1-p))^2}\end{aligned}$$

Was ist
Spieltheorie?

Strategische
Spiele

Wiederholte
strategische
Spiele

Wiederholte Spiele
mit unsicherem
Abbruch

Strategien =
Moore-Automaten

Alternative
Nash-Equilibria
Welche Strategie
ist die Beste?

Zusammen-
fassung &
Ausblick

$\sum_{i=1}^{\infty} ix^i = \frac{x}{(1-x)^2}$ angewandt auf die erwartete Spiellänge:

$$\begin{aligned}\sum_{i=1}^{\infty} ip(1-p)^{i-1} &= \frac{p}{1-p} \sum_{i=1}^{\infty} i(1-p)^i \\ &= \frac{p}{(1-p)} \cdot \frac{(1-p)}{(1-(1-p))^2} \\ &= \frac{p}{(1-p)} \cdot \frac{(1-p)}{p^2}\end{aligned}$$

Was ist
Spieltheorie?

Strategische
Spiele

Wiederholte
strategische
Spiele

Wiederholte Spiele
mit unsicherem
Abbruch

Strategien =
Moore-Automaten

Alternative
Nash-Equilibria
Welche Strategie
ist die Beste?

Zusammen-
fassung &
Ausblick

$\sum_{i=1}^{\infty} ix^i = \frac{x}{(1-x)^2}$ angewandt auf die erwartete Spiellänge:

$$\begin{aligned}\sum_{i=1}^{\infty} ip(1-p)^{i-1} &= \frac{p}{1-p} \sum_{i=1}^{\infty} i(1-p)^i \\ &= \frac{p}{(1-p)} \cdot \frac{(1-p)}{(1-(1-p))^2} \\ &= \frac{p}{(1-p)} \cdot \frac{(1-p)}{p^2} \\ &= \frac{1}{p}\end{aligned}$$

Was ist
Spieltheorie?

Strategische
Spiele

Wiederholte
strategische
Spiele

Wiederholte Spiele
mit unsicherem
Abbruch

Strategien =
Moore-Automaten

Alternative
Nash-Equilibria

Welche Strategie
ist die Beste?

Zusammen-
fassung &
Ausblick

$\sum_{i=1}^{\infty} ix^i = \frac{x}{(1-x)^2}$ angewandt auf die erwartete Spiellänge:

$$\begin{aligned}\sum_{i=1}^{\infty} ip(1-p)^{i-1} &= \frac{p}{1-p} \sum_{i=1}^{\infty} i(1-p)^i \\ &= \frac{p}{(1-p)} \cdot \frac{(1-p)}{(1-(1-p))^2} \\ &= \frac{p}{(1-p)} \cdot \frac{(1-p)}{p^2} \\ &= \frac{1}{p}\end{aligned}$$

Z.B. für $p = 1/10$ ist die erwartete Spiellänge 10.

Was ist
Spieltheorie?

Strategische
Spiele

Wiederholte
strategische
Spiele

Wiederholte Spiele
mit unsicherem
Abbruch

Strategien =
Moore-Automaten

Alternative
Nash-Equilibria
Welche Strategie
ist die Beste?

Zusammen-
fassung &
Ausblick

$\sum_{i=0}^{\infty} x^i = \frac{1}{(1-x)}$ angewandt auf den erwarteten Nutzen:

$$\sum_{i=0}^{\infty} u(1-p)^i =$$

Was ist
Spieltheorie?

Strategische
Spiele

Wiederholte
strategische
Spiele

Wiederholte Spiele
mit unsicherem
Abbruch

Strategien =
Moore-Automaten

Alternative
Nash-Equilibria
Welche Strategie
ist die Beste?

Zusammen-
fassung &
Ausblick



$\sum_{i=0}^{\infty} x^i = \frac{1}{(1-x)}$ angewandt auf den erwarteten Nutzen:

$$\sum_{i=0}^{\infty} u(1-p)^i = u \sum_{i=0}^{\infty} (1-p)^i$$

Was ist
Spieltheorie?

Strategische
Spiele

Wiederholte
strategische
Spiele

Wiederholte Spiele
mit unsicherem
Abbruch

Strategien =
Moore-Automaten

Alternative
Nash-Equilibria

Welche Strategie
ist die Beste?

Zusammen-
fassung &
Ausblick

$\sum_{i=0}^{\infty} x^i = \frac{1}{(1-x)}$ angewandt auf den erwarteten Nutzen:

$$\begin{aligned}\sum_{i=0}^{\infty} u(1-p)^i &= u \sum_{i=0}^{\infty} (1-p)^i \\ &= u \frac{1}{1-(1-p)}\end{aligned}$$

Was ist
Spieltheorie?

Strategische
Spiele

Wiederholte
strategische
Spiele

Wiederholte Spiele
mit unsicherem
Abbruch

Strategien =
Moore-Automaten

Alternative
Nash-Equilibria
Welche Strategie
ist die Beste?

Zusammen-
fassung &
Ausblick

$\sum_{i=0}^{\infty} x^i = \frac{1}{(1-x)}$ angewandt auf den erwarteten Nutzen:

$$\begin{aligned}\sum_{i=0}^{\infty} u(1-p)^i &= u \sum_{i=0}^{\infty} (1-p)^i \\ &= u \frac{1}{1-(1-p)} \\ &= \frac{u}{p}\end{aligned}$$

Was ist
Spieltheorie?

Strategische
Spiele

Wiederholte
strategische
Spiele

Wiederholte Spiele
mit unsicherem
Abbruch

Strategien =
Moore-Automaten

Alternative
Nash-Equilibria
Welche Strategie
ist die Beste?

Zusammen-
fassung &
Ausblick

$\sum_{i=0}^{\infty} x^i = \frac{1}{(1-x)}$ angewandt auf den erwarteten Nutzen:

$$\begin{aligned}\sum_{i=0}^{\infty} u(1-p)^i &= u \sum_{i=0}^{\infty} (1-p)^i \\ &= u \frac{1}{1-(1-p)} \\ &= \frac{u}{p}\end{aligned}$$

Z.B. für $p = 1/10$ und $u = 4$ ist dann der erwartete Nutzen: 40.

Was ist
Spieltheorie?

Strategische
Spiele

Wiederholte
strategische
Spiele

Wiederholte Spiele
mit unsicherem
Abbruch

Strategien =
Moore-Automaten

Alternative
Nash-Equilibria
Welche Strategie
ist die Beste?

Zusammen-
fassung &
Ausblick



- Wie kann man bei wiederholten Spielen **Strategien** formulieren?

Was ist
Spieltheorie?

Strategische
Spiele

Wiederholte
strategische
Spiele

Wiederholte Spiele
mit unsicherem
Abbruch

**Strategien =
Moore-Automaten**

Alternative
Nash-Equilibria
Welche Strategie
ist die Beste?

Zusammen-
fassung &
Ausblick



- Wie kann man bei wiederholten Spielen **Strategien** formulieren?
- Diese müssen **potentiell unendlich** sein.

Was ist
Spieltheorie?

Strategische
Spiele

Wiederholte
strategische
Spiele

Wiederholte Spiele
mit unsicherem
Abbruch

**Strategien =
Moore-Automaten**

Alternative
Nash-Equilibria
Welche Strategie
ist die Beste?

Zusammen-
fassung &
Ausblick



- Wie kann man bei wiederholten Spielen **Strategien** formulieren?
- Diese müssen **potentiell unendlich** sein.
- Endliche Automaten mit Ausgabe (= **Moore-Automaten**) wären da eine Möglichkeit:

Was ist
Spieltheorie?

Strategische
Spiele

Wiederholte
strategische
Spiele

Wiederholte Spiele
mit unsicherem
Abbruch

**Strategien =
Moore-Automaten**

Alternative
Nash-Equilibria
Welche Strategie
ist die Beste?

Zusammen-
fassung &
Ausblick



- Wie kann man bei wiederholten Spielen **Strategien** formulieren?
- Diese müssen **potentiell unendlich** sein.
- Endliche Automaten mit Ausgabe (= **Moore-Automaten**) wären da eine Möglichkeit:
 - *Unkooperativ*: Egal was der andere gespielt hat, spiele immer D .

Was ist
Spieltheorie?

Strategische
Spiele

Wiederholte
strategische
Spiele

Wiederholte Spiele
mit unsicherem
Abbruch

Strategien =
Moore-Automaten

Alternative
Nash-Equilibria
Welche Strategie
ist die Beste?

Zusammen-
fassung &
Ausblick



- Wie kann man bei wiederholten Spielen **Strategien** formulieren?
- Diese müssen **potentiell unendlich** sein.
- Endliche Automaten mit Ausgabe (= **Moore-Automaten**) wären da eine Möglichkeit:
 - *Unkooperativ*: Egal was der andere gespielt hat, spiele immer *D*.
 - *Kooperativ*: Egal was der andere gespielt hat, spiele immer *C*.

Was ist
Spieltheorie?

Strategische
Spiele

Wiederholte
strategische
Spiele

Wiederholte Spiele
mit unsicherem
Abbruch

Strategien =
Moore-Automaten

Alternative
Nash-Equilibria
Welche Strategie
ist die Beste?

Zusammen-
fassung &
Ausblick



- Wie kann man bei wiederholten Spielen **Strategien** formulieren?
- Diese müssen **potentiell unendlich** sein.
- Endliche Automaten mit Ausgabe (= **Moore-Automaten**) wären da eine Möglichkeit:
 - *Unkooperativ*: Egal was der andere gespielt hat, spiele immer D .
 - *Kooperativ*: Egal was der andere gespielt hat, spiele immer C .
 - *Grimmig*: Spiele C bis der andere das erste Mal D spielt, dann spiele immer D .

Was ist
Spieltheorie?

Strategische
Spiele

Wiederholte
strategische
Spiele

Wiederholte Spiele
mit unsicherem
Abbruch

Strategien =
Moore-Automaten

Alternative
Nash-Equilibria
Welche Strategie
ist die Beste?

Zusammen-
fassung &
Ausblick



- Wie kann man bei wiederholten Spielen **Strategien** formulieren?
- Diese müssen **potentiell unendlich** sein.
- Endliche Automaten mit Ausgabe (= **Moore-Automaten**) wären da eine Möglichkeit:
 - *Unkooperativ*: Egal was der andere gespielt hat, spiele immer *D*.
 - *Kooperativ*: Egal was der andere gespielt hat, spiele immer *C*.
 - *Grimmig*: Spiele *C* bis der andere das erste Mal *D* spielt, dann spiele immer *D*.
 - *Tit-for-tat*: Spiele anfangs *C* und antworte dann auf jedes *D* mit *D* und auf *C* mit *C*.

Was ist Spieltheorie?

Strategische Spiele

Wiederholte strategische Spiele

Wiederholte Spiele mit unsicherem Abbruch

Strategien = Moore-Automaten

Alternative Nash-Equilibria
Welche Strategie ist die Beste?

Zusammenfassung & Ausblick



- Wie kann man bei wiederholten Spielen **Strategien** formulieren?
- Diese müssen **potentiell unendlich** sein.
- Endliche Automaten mit Ausgabe (= **Moore-Automaten**) wären da eine Möglichkeit:
 - *Unkooperativ*: Egal was der andere gespielt hat, spiele immer *D*.
 - *Kooperativ*: Egal was der andere gespielt hat, spiele immer *C*.
 - *Grimmig*: Spiele *C* bis der andere das erste Mal *D* spielt, dann spiele immer *D*.
 - *Tit-for-tat*: Spiele anfangs *C* und antworte dann auf jedes *D* mit *D* und auf *C* mit *C*.
 - *Bipolar/Troll*: Startend mit *D*, spiele abwechselnd *C* und *D*.

Was ist Spieltheorie?

Strategische Spiele

Wiederholte strategische Spiele

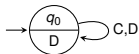
Wiederholte Spiele mit unsicherem Abbruch

Strategien = Moore-Automaten

Alternative Nash-Equilibria
Welche Strategie ist die Beste?

Zusammenfassung & Ausblick

Unkooperativ



Was ist
Spieltheorie?

Strategische
Spiele

Wiederholte
strategische
Spiele

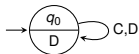
Wiederholte Spiele
mit unsicherem
Abbruch

**Strategien =
Moore-Automaten**

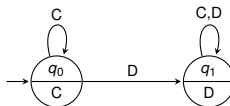
Alternative
Nash-Equilibria
Welche Strategie
ist die Beste?

Zusammen-
fassung &
Ausblick

Unkooperativ



Grimmig



Was ist
Spieltheorie?

Strategische
Spiele

Wiederholte
strategische
Spiele

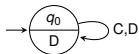
Wiederholte Spiele
mit unsicherem
Abbruch

**Strategien =
Moore-Automaten**

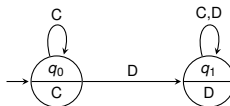
Alternative
Nash-Equilibria
Welche Strategie
ist die Beste?

Zusammen-
fassung &
Ausblick

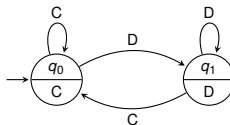
Unkooperativ



Grimmig



Tit-for-tat



Was ist
Spieltheorie?

Strategische
Spiele

Wiederholte
strategische
Spiele

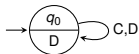
Wiederholte Spiele
mit unsicherem
Abbruch

Strategien =
Moore-Automaten

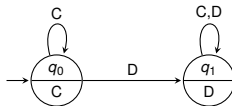
Alternative
Nash-Equilibria
Welche Strategie
ist die Beste?

Zusammen-
fassung &
Ausblick

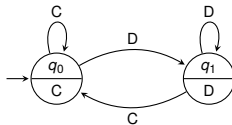
Unkooperativ



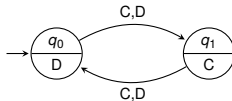
Grimmig



Tit-for-tat



Bipolar



Was ist
Spieltheorie?

Strategische
Spiele

Wiederholte
strategische
Spiele

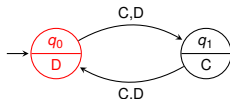
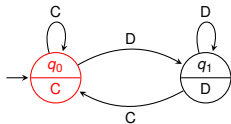
Wiederholte Spiele
mit unsicherem
Abbruch

Strategien =
Moore-Automaten

Alternative
Nash-Equilibria
Welche Strategie
ist die Beste?

Zusammen-
fassung &
Ausblick

Spieler 1 spielt Tit-for-tat, Spielerin 2 spielt bipolar. 4 Runden.



Runde Aktionen Nutzen Akkumuliert

Was ist
Spieltheorie?

Strategische
Spiele

Wiederholte
strategische
Spiele

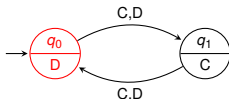
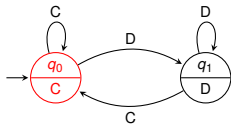
Wiederholte Spiele
mit unsicherem
Abbruch

Strategien =
Moore-Automaten

Alternative
Nash-Equilibria
Welche Strategie
ist die Beste?

Zusammen-
fassung &
Ausblick

Spieler 1 spielt Tit-for-tat, Spielerin 2 spielt bipolar. 4 Runden.



Runde	Aktionen	Nutzen	Akkumuliert
1	(C,D)	(0,4)	(0,4)

Was ist Spieltheorie?

Strategische Spiele

Wiederholte strategische Spiele

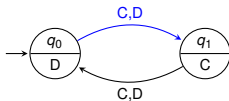
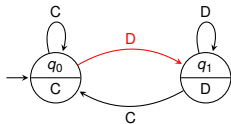
Wiederholte Spiele mit unsicherem Abbruch

Strategien = Moore-Automaten

Alternative Nash-Equilibria
Welche Strategie ist die Beste?

Zusammenfassung & Ausblick

Spieler 1 spielt Tit-for-tat, Spielerin 2 spielt bipolar. 4 Runden.



Runde	Aktionen	Nutzen	Akkumuliert
1	(C,D)	(0,4)	(0,4)

Was ist Spieltheorie?

Strategische Spiele

Wiederholte strategische Spiele

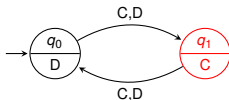
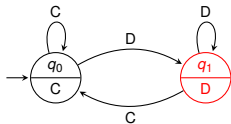
Wiederholte Spiele mit unsicherem Abbruch

Strategien = Moore-Automaten

Alternative Nash-Equilibria
Welche Strategie ist die Beste?

Zusammenfassung & Ausblick

Spieler 1 spielt Tit-for-tat, Spielerin 2 spielt bipolar. 4 Runden.



Runde	Aktionen	Nutzen	Akkumuliert
1	(C,D)	(0,4)	(0,4)

Was ist Spieltheorie?

Strategische Spiele

Wiederholte strategische Spiele

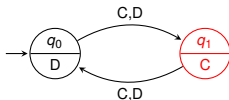
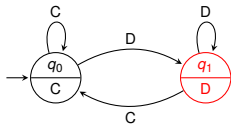
Wiederholte Spiele mit unsicherem Abbruch

Strategien = Moore-Automaten

Alternative Nash-Equilibria
Welche Strategie ist die Beste?

Zusammenfassung & Ausblick

Spieler 1 spielt Tit-for-tat, Spielerin 2 spielt bipolar. 4 Runden.



Runde	Aktionen	Nutzen	Akkumuliert
1	(C,D)	(0,4)	(0,4)
2	(D,C)	(4,0)	(4,4)

Was ist Spieltheorie?

Strategische Spiele

Wiederholte strategische Spiele

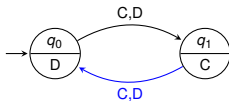
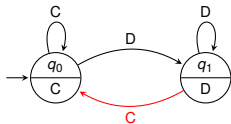
Wiederholte Spiele mit unsicherem Abbruch

Strategien = Moore-Automaten

Alternative Nash-Equilibria
Welche Strategie ist die Beste?

Zusammenfassung & Ausblick

Spieler 1 spielt Tit-for-tat, Spielerin 2 spielt bipolar. 4 Runden.



Runde	Aktionen	Nutzen	Akkumuliert
1	(C,D)	(0,4)	(0,4)
2	(D,C)	(4,0)	(4,4)

Was ist Spieltheorie?

Strategische Spiele

Wiederholte strategische Spiele

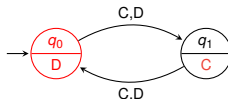
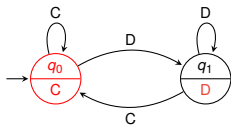
Wiederholte Spiele mit unsicherem Abbruch

Strategien = Moore-Automaten

Alternative Nash-Equilibria
Welche Strategie ist die Beste?

Zusammenfassung & Ausblick

Spieler 1 spielt Tit-for-tat, Spielerin 2 spielt bipolar. 4 Runden.



Runde	Aktionen	Nutzen	Akkumuliert
1	(C,D)	(0,4)	(0,4)
2	(D,C)	(4,0)	(4,4)

Was ist Spieltheorie?

Strategische Spiele

Wiederholte strategische Spiele

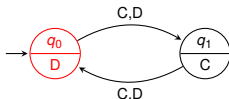
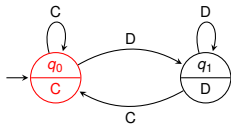
Wiederholte Spiele mit unsicherem Abbruch

Strategien = Moore-Automaten

Alternative Nash-Equilibria
Welche Strategie ist die Beste?

Zusammenfassung & Ausblick

Spieler 1 spielt Tit-for-tat, Spielerin 2 spielt bipolar. 4 Runden.



Runde	Aktionen	Nutzen	Akkumuliert
1	(C,D)	(0,4)	(0,4)
2	(D,C)	(4,0)	(4,4)
3	(C,D)	(0,4)	(4,8)

Was ist Spieltheorie?

Strategische Spiele

Wiederholte strategische Spiele

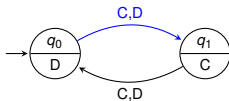
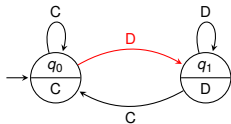
Wiederholte Spiele mit unsicherem Abbruch

Strategien = Moore-Automaten

Alternative Nash-Equilibria
Welche Strategie ist die Beste?

Zusammenfassung & Ausblick

Spieler 1 spielt Tit-for-tat, Spielerin 2 spielt bipolar. 4 Runden.



Runde	Aktionen	Nutzen	Akkumuliert
1	(C,D)	(0,4)	(0,4)
2	(D,C)	(4,0)	(4,4)
3	(C,D)	(0,4)	(4,8)

Was ist Spieltheorie?

Strategische Spiele

Wiederholte strategische Spiele

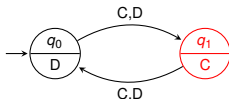
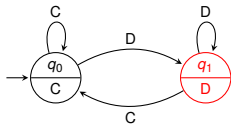
Wiederholte Spiele mit unsicherem Abbruch

Strategien = Moore-Automaten

Alternative Nash-Equilibria
Welche Strategie ist die Beste?

Zusammenfassung & Ausblick

Spieler 1 spielt Tit-for-tat, Spielerin 2 spielt bipolar. 4 Runden.



Runde	Aktionen	Nutzen	Akkumuliert
1	(C,D)	(0,4)	(0,4)
2	(D,C)	(4,0)	(4,4)
3	(C,D)	(0,4)	(4,8)

Was ist Spieltheorie?

Strategische Spiele

Wiederholte strategische Spiele

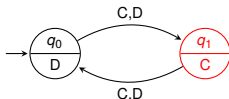
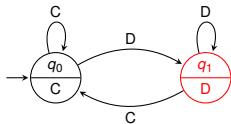
Wiederholte Spiele mit unsicherem Abbruch

Strategien = Moore-Automaten

Alternative Nash-Equilibria
Welche Strategie ist die Beste?

Zusammenfassung & Ausblick

Spieler 1 spielt Tit-for-tat, Spielerin 2 spielt bipolar. 4 Runden.



Runde	Aktionen	Nutzen	Akkumuliert
1	(C,D)	(0,4)	(0,4)
2	(D,C)	(4,0)	(4,4)
3	(C,D)	(0,4)	(4,8)
4	(D,C)	(4,0)	(8,8)

Was ist Spieltheorie?

Strategische Spiele

Wiederholte strategische Spiele

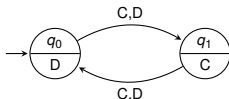
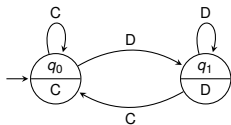
Wiederholte Spiele mit unsicherem Abbruch

Strategien = Moore-Automaten

Alternative Nash-Equilibria
Welche Strategie ist die Beste?

Zusammenfassung & Ausblick

Spieler 1 spielt Tit-for-tat, Spielerin 2 spielt bipolar. 4 Runden.



Runde	Aktionen	Nutzen	Akkumuliert
1	(C,D)	(0,4)	(0,4)
2	(D,C)	(4,0)	(4,4)
3	(C,D)	(0,4)	(4,8)
4	(D,C)	(4,0)	(8,8)

Was ist Spieltheorie?

Strategische Spiele

Wiederholte strategische Spiele

Wiederholte Spiele mit unsicherem Abbruch

Strategien = Moore-Automaten

Alternative Nash-Equilibria
Welche Strategie ist die Beste?

Zusammenfassung & Ausblick

Nash-Equilibria für das wiederholte Gefangenendilemma



- Die Kombination (Unkooperativ, Unkooperativ) ist ein Nash-Equilibrium:

Was ist Spieltheorie?

Strategische Spiele

Wiederholte strategische Spiele

Wiederholte Spiele mit unsicherem Abbruch

Strategien = Moore-Automaten

Alternative Nash-Equilibria

Welche Strategie ist die Beste?

Zusammenfassung & Ausblick

Nash-Equilibria für das wiederholte Gefangenendilemma



- Die Kombination (Unkooperativ, Unkooperativ) ist ein Nash-Equilibrium:
 - Spielverlauf: (D,D), (D,D), ...

Was ist Spieltheorie?

Strategische Spiele

Wiederholte strategische Spiele

Wiederholte Spiele mit unsicherem Abbruch

Strategien = Moore-Automaten

Alternative Nash-Equilibria

Welche Strategie ist die Beste?

Zusammenfassung & Ausblick

Nash-Equilibria für das wiederholte Gefangenendilemma



- Die Kombination (Unkooperativ, Unkooperativ) ist ein Nash-Equilibrium:
 - Spielverlauf: (D,D), (D,D), ...
 - Erwarteter Nutzen: $(1/p, 1/p)$

Was ist
Spieltheorie?

Strategische
Spiele

Wiederholte
strategische
Spiele

Wiederholte Spiele
mit unsicherem
Abbruch

Strategien =
Moore-Automaten

**Alternative
Nash-Equilibria**
Welche Strategie
ist die Beste?

Zusammen-
fassung &
Ausblick

Nash-Equilibria für das wiederholte Gefangenendilemma



- Die Kombination (**Unkooperativ, Unkooperativ**) ist ein **Nash-Equilibrium**:
 - Spielverlauf: (D,D), (D,D), ...
 - Erwarteter Nutzen: $(1/p, 1/p)$
 - Kann ein Spieler sich durch Abweichung von der unkooperativen Strategie verbessern?

Was ist
Spieltheorie?

Strategische
Spiele

Wiederholte
strategische
Spiele

Wiederholte Spiele
mit unsicherem
Abbruch

Strategien =
Moore-Automaten

**Alternative
Nash-Equilibria**

Welche Strategie
ist die Beste?

Zusammen-
fassung &
Ausblick

Nash-Equilibria für das wiederholte Gefangenendilemma



- Die Kombination (**Unkooperativ, Unkooperativ**) ist ein **Nash-Equilibrium**:
 - Spielverlauf: (D,D), (D,D), ...
 - Erwarteter Nutzen: $(1/p, 1/p)$
 - Kann ein Spieler sich durch Abweichung von der unkooperativen Strategie verbessern?
 - Weicht ein Spieler (z.B. Spieler 1) in einer Runde ab, so **verliert** er einen Nutzenpunkt.

Was ist Spieltheorie?

Strategische Spiele

Wiederholte strategische Spiele

Wiederholte Spiele mit unsicherem Abbruch

Strategien = Moore-Automaten

Alternative Nash-Equilibria
Welche Strategie ist die Beste?

Zusammenfassung & Ausblick

Nash-Equilibria für das wiederholte Gefangenendilemma



- Die Kombination (**Unkooperativ, Unkooperativ**) ist ein **Nash-Equilibrium**:
 - Spielverlauf: (D,D), (D,D), ...
 - Erwarteter Nutzen: $(1/p, 1/p)$
 - Kann ein Spieler sich durch Abweichung von der unkooperativen Strategie verbessern?
 - Weicht ein Spieler (z.B. Spieler 1) in einer Runde ab, so **verliert** er einen Nutzenpunkt.
- Aber es gibt jetzt auch **alternative NE**.

Was ist
Spieltheorie?

Strategische
Spiele

Wiederholte
strategische
Spiele

Wiederholte Spiele
mit unsicherem
Abbruch

Strategien =
Moore-Automaten

**Alternative
Nash-Equilibria**
Welche Strategie
ist die Beste?

Zusammen-
fassung &
Ausblick

Nash-Equilibria für das wiederholte Gefangenendilemma



- Die Kombination (**Unkooperativ, Unkooperativ**) ist ein **Nash-Equilibrium**:
 - Spielverlauf: (D,D), (D,D), ...
 - Erwarteter Nutzen: $(1/p, 1/p)$
 - Kann ein Spieler sich durch Abweichung von der unkooperativen Strategie verbessern?
 - Weicht ein Spieler (z.B. Spieler 1) in einer Runde ab, so **verliert** er einen Nutzenpunkt.
- Aber es gibt jetzt auch **alternative NE**.
- Die Kombination (**Grimmig, Grimmig**) sieht sehr **viel versprechend** aus.

Was ist
Spieltheorie?

Strategische
Spiele

Wiederholte
strategische
Spiele

Wiederholte
Spiele mit
unsicherem
Abbruch

Strategien =
Moore-Automaten

**Alternative
Nash-Equilibria**

Welche Strategie
ist die Beste?

Zusammen-
fassung &
Ausblick

Nash-Equilibria für das wiederholte Gefangenendilemma



- Die Kombination (**Unkooperativ, Unkooperativ**) ist ein **Nash-Equilibrium**:
 - Spielverlauf: (D,D), (D,D), ...
 - Erwarteter Nutzen: $(1/p, 1/p)$
 - Kann ein Spieler sich durch Abweichung von der unkooperativen Strategie verbessern?
 - Weicht ein Spieler (z.B. Spieler 1) in einer Runde ab, so **verliert** er einen Nutzenpunkt.
- Aber es gibt jetzt auch **alternative NE**.
- Die Kombination (**Grimmig, Grimmig**) sieht sehr **viel versprechend** aus.
- Erwarteter Nutzen von (Grimmig, Grimmig) ist $(3/p, 3/p)$.

Was ist Spieltheorie?

Strategische Spiele

Wiederholte strategische Spiele

Wiederholte Spiele mit unsicherem Abbruch

Strategien = Moore-Automaten

Alternative Nash-Equilibria

Welche Strategie ist die Beste?

Zusammenfassung & Ausblick

Nash-Equilibria für das wiederholte Gefangenendilemma



- Die Kombination (**Unkooperativ, Unkooperativ**) ist ein **Nash-Equilibrium**:
 - Spielverlauf: (D,D), (D,D), ...
 - Erwarteter Nutzen: $(1/p, 1/p)$
 - Kann ein Spieler sich durch Abweichung von der unkooperativen Strategie verbessern?
 - Weicht ein Spieler (z.B. Spieler 1) in einer Runde ab, so **verliert** er einen Nutzenpunkt.
- Aber es gibt jetzt auch **alternative NE**.
- Die Kombination (**Grimmig, Grimmig**) sieht sehr **viel versprechend** aus.
- Erwarteter Nutzen von (Grimmig, Grimmig) ist $(3/p, 3/p)$.
- Kann ein Spieler durch **Abweichung** seinen Nutzen steigern?

Was ist Spieltheorie?

Strategische Spiele

Wiederholte strategische Spiele

Wiederholte Spiele mit unsicherem Abbruch

Strategien = Moore-Automaten

Alternative Nash-Equilibria

Welche Strategie ist die Beste?

Zusammenfassung & Ausblick

Ist eine Abweichung von (Grimmig, Grimmig) sinnvoll?

- Die Strategiekombination (Grimmig, Grimmig) führt zu dem **Spielverlauf** $(C, C), (C, C), (C, C), \dots$



Was ist
Spieltheorie?

Strategische
Spiele

Wiederholte
strategische
Spiele

Wiederholte Spiele
mit unsicherem
Abbruch

Strategien =
Moore-Automaten

**Alternative
Nash-Equilibria**
Welche Strategie
ist die Beste?

Zusammen-
fassung &
Ausblick

Ist eine Abweichung von (Grimmig, Grimmig) sinnvoll?

- Die Strategiekombination (Grimmig, Grimmig) führt zu dem **Spielverlauf** $(C, C), (C, C), (C, C), \dots$
- Kann Spielerin 2 abweichen um einen **höheren Nutzenwert** zu erhalten?



Was ist
Spieltheorie?

Strategische
Spiele

Wiederholte
strategische
Spiele

Wiederholte Spiele
mit unsicherem
Abbruch

Strategien =
Moore-Automaten

**Alternative
Nash-Equilibria**

Welche Strategie
ist die Beste?

Zusammen-
fassung &
Ausblick

Ist eine Abweichung von (Grimmig, Grimmig) sinnvoll?



- Die Strategiekombination (Grimmig, Grimmig) führt zu dem **Spielverlauf** $(C, C), (C, C), (C, C), \dots$
- Kann Spielerin 2 abweichen um einen **höheren Nutzenwert** zu erhalten?
- Wenn sie in der Runde k auf D abweicht, muss sie danach immer D spielen, ansonsten verschenkt sie Punkte.

Was ist
Spieltheorie?

Strategische
Spiele

Wiederholte
strategische
Spiele

Wiederholte Spiele
mit unsicherem
Abbruch

Strategien =
Moore-Automaten

**Alternative
Nash-Equilibria**

Welche Strategie
ist die Beste?

Zusammen-
fassung &
Ausblick

Ist eine Abweichung von (Grimmig, Grimmig) sinnvoll?



- Die Strategiekombination (Grimmig, Grimmig) führt zu dem **Spielverlauf** $(C, C), (C, C), (C, C), \dots$
- Kann Spielerin 2 abweichen um einen **höheren Nutzenwert** zu erhalten?
- Wenn sie in der Runde k auf D abweicht, muss sie danach immer D spielen, ansonsten verschenkt sie Punkte.
- Wie hoch ist die **erwartete Nutzensteigerung** ab Schritt k ?

Was ist Spieltheorie?

Strategische Spiele

Wiederholte strategische Spiele

Wiederholte Spiele mit unsicherem Abbruch

Strategien = Moore-Automaten

Alternative Nash-Equilibria

Welche Strategie ist die Beste?

Zusammenfassung & Ausblick

Ist eine Abweichung von (Grimmig, Grimmig) sinnvoll?



- Die Strategiekombination (Grimmig, Grimmig) führt zu dem **Spielverlauf** $(C, C), (C, C), (C, C), \dots$
- Kann Spielerin 2 abweichen um einen **höheren Nutzenwert** zu erhalten?
- Wenn sie in der Runde k auf D abweicht, muss sie danach immer D spielen, ansonsten verschenkt sie Punkte.
- Wie hoch ist die **erwartete Nutzensteigerung** ab Schritt k ?
+ 1

Was ist Spieltheorie?

Strategische Spiele

Wiederholte strategische Spiele

Wiederholte Spiele mit unsicherem Abbruch

Strategien = Moore-Automaten

Alternative Nash-Equilibria
Welche Strategie ist die Beste?

Zusammenfassung & Ausblick

Ist eine Abweichung von (Grimmig, Grimmig) sinnvoll?



- Die Strategiekombination (Grimmig, Grimmig) führt zu dem **Spielverlauf** $(C, C), (C, C), (C, C), \dots$
- Kann Spielerin 2 abweichen um einen **höheren Nutzenwert** zu erhalten?
- Wenn sie in der Runde k auf D abweicht, muss sie danach immer D spielen, ansonsten verschenkt sie Punkte.
- Wie hoch ist die **erwartete Nutzensteigerung** ab Schritt k ?
 $+ 1 - 2 \cdot (1 - p)$

Was ist Spieltheorie?

Strategische Spiele

Wiederholte strategische Spiele

Wiederholte Spiele mit unsicherem Abbruch

Strategien = Moore-Automaten

Alternative Nash-Equilibria

Welche Strategie ist die Beste?

Zusammenfassung & Ausblick

Ist eine Abweichung von (Grimmig, Grimmig) sinnvoll?



- Die Strategiekombination (Grimmig, Grimmig) führt zu dem **Spielverlauf** $(C, C), (C, C), (C, C), \dots$
- Kann Spielerin 2 abweichen um einen **höheren Nutzenwert** zu erhalten?
- Wenn sie in der Runde k auf D abweicht, muss sie danach immer D spielen, ansonsten verschenkt sie Punkte.
- Wie hoch ist die **erwartete Nutzensteigerung** ab Schritt k ?
$$+ 1 - 2 \cdot (1 - p) - 2 \cdot (1 - p)^2 - \dots$$

Was ist Spieltheorie?

Strategische Spiele

Wiederholte strategische Spiele

Wiederholte Spiele mit unsicherem Abbruch

Strategien = Moore-Automaten

Alternative Nash-Equilibria
Welche Strategie ist die Beste?

Zusammenfassung & Ausblick

Ist eine Abweichung von (Grimmig, Grimmig) sinnvoll?



- Die Strategiekombination (Grimmig, Grimmig) führt zu dem **Spielverlauf** $(C, C), (C, C), (C, C), \dots$
- Kann Spielerin 2 abweichen um einen **höheren Nutzenwert** zu erhalten?
- Wenn sie in der Runde k auf D abweicht, muss sie danach immer D spielen, ansonsten verschenkt sie Punkte.
- Wie hoch ist die **erwartete Nutzensteigerung** ab Schritt k ?

$$+ 1 - 2 \cdot (1 - p) - 2 \cdot (1 - p)^2 - \dots =$$

Was ist Spieltheorie?

Strategische Spiele

Wiederholte strategische Spiele

Wiederholte Spiele mit unsicherem Abbruch

Strategien = Moore-Automaten

Alternative Nash-Equilibria

Welche Strategie ist die Beste?

Zusammenfassung & Ausblick

Ist eine Abweichung von (Grimmig, Grimmig) sinnvoll?



- Die Strategiekombination (Grimmig, Grimmig) führt zu dem **Spielverlauf** $(C, C), (C, C), (C, C), \dots$
- Kann Spielerin 2 abweichen um einen **höheren Nutzenwert** zu erhalten?
- Wenn sie in der Runde k auf D abweicht, muss sie danach immer D spielen, ansonsten verschenkt sie Punkte.
- Wie hoch ist die **erwartete Nutzensteigerung** ab Schritt k ?
$$+ 1 - 2 \cdot (1 - p) - 2 \cdot (1 - p)^2 - \dots = 1 - 2 \cdot \sum_{i=1}^{\infty} (1 - p)^i$$

Was ist Spieltheorie?

Strategische Spiele

Wiederholte strategische Spiele

Wiederholte Spiele mit unsicherem Abbruch

Strategien = Moore-Automaten

Alternative Nash-Equilibria
Welche Strategie ist die Beste?

Zusammenfassung & Ausblick

Ist eine Abweichung von (Grimmig, Grimmig) sinnvoll?



- Die Strategiekombination (Grimmig, Grimmig) führt zu dem **Spielverlauf** $(C, C), (C, C), (C, C), \dots$
- Kann Spielerin 2 abweichen um einen **höheren Nutzenwert** zu erhalten?
- Wenn sie in der Runde k auf D abweicht, muss sie danach immer D spielen, ansonsten verschenkt sie Punkte.
- Wie hoch ist die **erwartete Nutzensteigerung** ab Schritt k ?

$$\begin{aligned} + 1 - 2 \cdot (1 - p) - 2 \cdot (1 - p)^2 - \dots &= 1 - 2 \cdot \sum_{i=1}^{\infty} (1 - p)^i \\ &= 3 - 2 \cdot \sum_{i=0}^{\infty} (1 - p)^i \end{aligned}$$

Was ist Spieltheorie?

Strategische Spiele

Wiederholte strategische Spiele

Wiederholte Spiele mit unsicherem Abbruch

Strategien = Moore-Automaten

Alternative Nash-Equilibria
Welche Strategie ist die Beste?

Zusammenfassung & Ausblick

Ist eine Abweichung von (Grimmig, Grimmig) sinnvoll?



- Die Strategiekombination (Grimmig, Grimmig) führt zu dem **Spielverlauf** $(C, C), (C, C), (C, C), \dots$
- Kann Spielerin 2 abweichen um einen **höheren Nutzenwert** zu erhalten?
- Wenn sie in der Runde k auf D abweicht, muss sie danach immer D spielen, ansonsten verschenkt sie Punkte.
- Wie hoch ist die **erwartete Nutzensteigerung** ab Schritt k ?

$$\begin{aligned} + 1 - 2 \cdot (1 - p) - 2 \cdot (1 - p)^2 - \dots &= 1 - 2 \cdot \sum_{i=1}^{\infty} (1 - p)^i \\ &= 3 - 2 \cdot \sum_{i=0}^{\infty} (1 - p)^i \\ &= 3 - 2 \cdot \frac{1}{1 - (1 - p)} \end{aligned}$$

Was ist Spieltheorie?

Strategische Spiele

Wiederholte strategische Spiele

Wiederholte Spiele mit unsicherem Abbruch

Strategien = Moore-Automaten

Alternative Nash-Equilibria
Welche Strategie ist die Beste?

Zusammenfassung & Ausblick

Ist eine Abweichung von (Grimmig, Grimmig) sinnvoll?



- Die Strategiekombination (Grimmig, Grimmig) führt zu dem **Spielverlauf** $(C, C), (C, C), (C, C), \dots$
- Kann Spielerin 2 abweichen um einen **höheren Nutzenwert** zu erhalten?
- Wenn sie in der Runde k auf D abweicht, muss sie danach immer D spielen, ansonsten verschenkt sie Punkte.
- Wie hoch ist die **erwartete Nutzensteigerung** ab Schritt k ?

$$\begin{aligned} + 1 - 2 \cdot (1 - p) - 2 \cdot (1 - p)^2 - \dots &= 1 - 2 \cdot \sum_{i=1}^{\infty} (1 - p)^i \\ &= 3 - 2 \cdot \sum_{i=0}^{\infty} (1 - p)^i \\ &= 3 - 2 \cdot \frac{1}{1 - (1 - p)} \\ &= 3 - \frac{2}{p} \end{aligned}$$

Was ist Spieltheorie?

Strategische Spiele

Wiederholte strategische Spiele

Wiederholte Spiele mit unsicherem Abbruch

Strategien = Moore-Automaten

Alternative Nash-Equilibria
Welche Strategie ist die Beste?

Zusammenfassung & Ausblick

Ist eine Abweichung von (Grimmig, Grimmig) sinnvoll?



- Die Strategiekombination (Grimmig, Grimmig) führt zu dem **Spielverlauf** $(C, C), (C, C), (C, C), \dots$
- Kann Spielerin 2 abweichen um einen **höheren Nutzenwert** zu erhalten?
- Wenn sie in der Runde k auf D abweicht, muss sie danach immer D spielen, ansonsten verschenkt sie Punkte.
- Wie hoch ist die **erwartete Nutzensteigerung** ab Schritt k ?

$$\begin{aligned} + 1 - 2 \cdot (1 - p) - 2 \cdot (1 - p)^2 - \dots &= 1 - 2 \cdot \sum_{i=1}^{\infty} (1 - p)^i \\ &= 3 - 2 \cdot \sum_{i=0}^{\infty} (1 - p)^i \\ &= 3 - 2 \cdot \frac{1}{1 - (1 - p)} \\ &= 3 - \frac{2}{p} \end{aligned}$$

- Falls $p = \frac{2}{3}$ oder kleiner ist, gibt es **keinen Nutzenzuwachs**.

Was ist Spieltheorie?

Strategische Spiele

Wiederholte strategische Spiele

Wiederholte Spiele mit unsicherem Abbruch

Strategien = Moore-Automaten

Alternative Nash-Equilibria
Welche Strategie ist die Beste?

Zusammenfassung & Ausblick

Ist eine Abweichung von (Grimmig, Grimmig) sinnvoll?



- Die Strategiekombination (Grimmig, Grimmig) führt zu dem **Spielverlauf** $(C, C), (C, C), (C, C), \dots$
- Kann Spielerin 2 abweichen um einen **höheren Nutzenwert** zu erhalten?
- Wenn sie in der Runde k auf D abweicht, muss sie danach immer D spielen, ansonsten verschenkt sie Punkte.
- Wie hoch ist die **erwartete Nutzensteigerung** ab Schritt k ?

$$\begin{aligned} + 1 - 2 \cdot (1 - p) - 2 \cdot (1 - p)^2 - \dots &= 1 - 2 \cdot \sum_{i=1}^{\infty} (1 - p)^i \\ &= 3 - 2 \cdot \sum_{i=0}^{\infty} (1 - p)^i \\ &= 3 - 2 \cdot \frac{1}{1 - (1 - p)} \\ &= 3 - \frac{2}{p} \end{aligned}$$

- Falls $p = \frac{2}{3}$ oder kleiner ist, gibt es **keinen Nutzenzuwachs**.
- $(\text{Grimmig}, \text{Grimmig})$ ist damit ein **NE** für $p \leq \frac{2}{3}$.

Was ist Spieltheorie?

Strategische Spiele

Wiederholte strategische Spiele

Wiederholte Spiele mit unsicherem Abbruch

Strategien = Moore-Automaten

Alternative Nash-Equilibria
Welche Strategie ist die Beste?

Zusammenfassung & Ausblick

Tit-for-tat führt auch zu einem Nash-Equilibrium



- Spielverlauf für (Tit-for-tat, Tit-for-tat) genauso wie für (Grimmig, Grimmig).

Was ist Spieltheorie?

Strategische Spiele

Wiederholte strategische Spiele

Wiederholte Spiele mit unsicherem Abbruch

Strategien = Moore-Automaten

Alternative Nash-Equilibria

Welche Strategie ist die Beste?

Zusammenfassung & Ausblick

Tit-for-tat führt auch zu einem Nash-Equilibrium



- Spielverlauf für (Tit-for-tat, Tit-for-tat) genauso wie für (Grimmig, Grimmig).
- Wir betrachten den Fall, dass ein Spieler in der Runde k **einmal nach D wechselt** und danach wieder C spielt.

Was ist Spieltheorie?

Strategische Spiele

Wiederholte strategische Spiele

Wiederholte Spiele mit unsicherem Abbruch

Strategien = Moore-Automaten

Alternative Nash-Equilibria

Welche Strategie ist die Beste?

Zusammenfassung & Ausblick

Tit-for-tat führt auch zu einem Nash-Equilibrium



- Spielverlauf für (Tit-for-tat, Tit-for-tat) genauso wie für (Grimmig, Grimmig).
- Wir betrachten den Fall, dass ein Spieler in der Runde k **einmal nach D wechselt** und danach wieder C spielt.
- **Nutzensteigerung** im Schritt k :

$$+1 - 2(1 - p) = 2p - 1$$

Was ist Spieltheorie?

Strategische Spiele

Wiederholte strategische Spiele

Wiederholte Spiele mit unsicherem Abbruch

Strategien = Moore-Automaten

Alternative Nash-Equilibria
Welche Strategie ist die Beste?

Zusammenfassung & Ausblick

Tit-for-tat führt auch zu einem Nash-Equilibrium



- Spielverlauf für (Tit-for-tat, Tit-for-tat) genauso wie für (Grimmig, Grimmig).
- Wir betrachten den Fall, dass ein Spieler in der Runde k **einmal nach D wechselt** und danach wieder C spielt.
- **Nutzensteigerung** im Schritt k :

$$+1 - 2(1 - p) = 2p - 1$$

- D.h. für alle $p \leq 1/2$ gibt es **keine Nutzensteigerung**.

Was ist Spieltheorie?

Strategische Spiele

Wiederholte strategische Spiele

Wiederholte Spiele mit unsicherem Abbruch

Strategien = Moore-Automaten

Alternative Nash-Equilibria

Welche Strategie ist die Beste?

Zusammenfassung & Ausblick

Tit-for-tat führt auch zu einem Nash-Equilibrium



- Spielverlauf für (Tit-for-tat, Tit-for-tat) genauso wie für (Grimmig, Grimmig).
- Wir betrachten den Fall, dass ein Spieler in der Runde k **einmal nach D wechselt** und danach wieder C spielt.
- **Nutzensteigerung** im Schritt k :

$$+1 - 2(1 - p) = 2p - 1$$

- D.h. für alle $p \leq 1/2$ gibt es **keine Nutzensteigerung**.
- Wird öfter als einmal bei $p \leq 1/2$ abgewichen, kann es keine Nutzensteigerung geben.

Was ist Spieltheorie?

Strategische Spiele

Wiederholte strategische Spiele

Wiederholte Spiele mit unsicherem Abbruch

Strategien = Moore-Automaten

Alternative Nash-Equilibria

Welche Strategie ist die Beste?

Zusammenfassung & Ausblick

Tit-for-tat führt auch zu einem Nash-Equilibrium



- Spielverlauf für (Tit-for-tat, Tit-for-tat) genauso wie für (Grimmig, Grimmig).
- Wir betrachten den Fall, dass ein Spieler in der Runde k **einmal nach D wechselt** und danach wieder C spielt.
- **Nutzensteigerung** im Schritt k :

$$+1 - 2(1 - p) = 2p - 1$$

- D.h. für alle $p \leq 1/2$ gibt es **keine Nutzensteigerung**.
- Wird öfter als einmal bei $p \leq 1/2$ abgewichen, kann es keine Nutzensteigerung geben.
- D.h. auch (Tit-for-tat, Tit-for-tat) ist ein **Nash-Equilibrium** – so lange die Abbruchwahrscheinlichkeit klein genug ist.

Was ist Spieltheorie?

Strategische Spiele

Wiederholte strategische Spiele

Wiederholte Spiele mit unsicherem Abbruch

Strategien = Moore-Automaten

Alternative Nash-Equilibria

Welche Strategie ist die Beste?

Zusammenfassung & Ausblick



- Die **unkooperative Strategie** ist weder dominante Strategie noch ist sie die einzige Equilibriumsstrategie.

Was ist
Spieltheorie?

Strategische
Spiele

Wiederholte
strategische
Spiele

Wiederholte Spiele
mit unsicherem
Abbruch

Strategien =
Moore-Automaten

Alternative
Nash-Equilibria

**Welche Strategie
ist die Beste?**

Zusammen-
fassung &
Ausblick



- Die **unkooperative Strategie** ist weder dominante Strategie noch ist sie die einzige Equilibriumsstrategie.
- D.h. es gibt **rationale Kooperationsstrategien** (mit höheren Auszahlungen).

Was ist
Spieltheorie?

Strategische
Spiele

Wiederholte
strategische
Spiele

Wiederholte Spiele
mit unsicherem
Abbruch

Strategien =
Moore-Automaten

Alternative
Nash-Equilibria

Welche Strategie
ist die Beste?

Zusammen-
fassung &
Ausblick



- Die **unkooperative Strategie** ist weder dominante Strategie noch ist sie die einzige Equilibriumsstrategie.
- D.h. es gibt **rationale Kooperationsstrategien** (mit höheren Auszahlungen).
- Allerdings gibt es **sehr viele** NEs!

Was ist
Spieltheorie?

Strategische
Spiele

Wiederholte
strategische
Spiele

Wiederholte Spiele
mit unsicherem
Abbruch

Strategien =
Moore-Automaten

Alternative
Nash-Equilibria

Welche Strategie
ist die Beste?

Zusammen-
fassung &
Ausblick



- Die **unkooperative Strategie** ist weder dominante Strategie noch ist sie die einzige Equilibriumsstrategie.
- D.h. es gibt **rationale Kooperationsstrategien** (mit höheren Auszahlungen).
- Allerdings gibt es **sehr viele** NEs!
- Welche Strategie sollte man spielen?

Was ist
Spieltheorie?

Strategische
Spiele

Wiederholte
strategische
Spiele

Wiederholte Spiele
mit unsicherem
Abbruch

Strategien =
Moore-Automaten

Alternative
Nash-Equilibria

Welche Strategie
ist die Beste?

Zusammen-
fassung &
Ausblick



- Die **unkooperative Strategie** ist weder dominante Strategie noch ist sie die einzige Equilibriumsstrategie.
- D.h. es gibt **rationale Kooperationsstrategien** (mit höheren Auszahlungen).
- Allerdings gibt es **sehr viele** NEs!
- Welche Strategie sollte man spielen?
- Das kann man ja auch empirisch bestimmen: Sie dürfen ihre eigenen Strategien entwerfen, die dann gegeneinander im **Wettkampf** antreten um möglichst hohe Auszahlungen zu erhalten.

Was ist Spieltheorie?

Strategische Spiele

Wiederholte strategische Spiele

Wiederholte Spiele mit unsicherem Abbruch

Strategien = Moore-Automaten

Alternative Nash-Equilibria

Welche Strategie ist die Beste?

Zusammenfassung & Ausblick

- Die **unkooperative Strategie** ist weder dominante Strategie noch ist sie die einzige Equilibriumsstrategie.
- D.h. es gibt **rationale Kooperationsstrategien** (mit höheren Auszahlungen).
- Allerdings gibt es **sehr viele** NEs!
- Welche Strategie sollte man spielen?
- Das kann man ja auch empirisch bestimmen: Sie dürfen ihre eigenen Strategien entwerfen, die dann gegeneinander im **Wettkampf** antreten um möglichst hohe Auszahlungen zu erhalten.
- Wie man einen Moore-Automat als Python-Programm realisiert, haben wir ja bereits gesehen.

Was ist Spieltheorie?

Strategische Spiele

Wiederholte strategische Spiele

Wiederholte Spiele mit unsicherem Abbruch

Strategien = Moore-Automaten

Alternative Nash-Equilibria

Welche Strategie ist die Beste?

Zusammenfassung & Ausblick



- **Strenges** Tit-for-tat: Bestrafe 2- oder 3-mal, bevor zur Kooperation zurück gekehrt wird.

Was ist
Spieltheorie?

Strategische
Spiele

Wiederholte
strategische
Spiele

Wiederholte Spiele
mit unsicherem
Abbruch

Strategien =
Moore-Automaten

Alternative
Nash-Equilibria

**Welche Strategie
ist die Beste?**

Zusammen-
fassung &
Ausblick



- **Strenges Tit-for-tat**: Bestrafe 2- oder 3-mal, bevor zur Kooperation zurück gekehrt wird.
- **Missvertrauen**: Beginne mit D und spiele dann Tit-for-tat.

Was ist
Spieltheorie?

Strategische
Spiele

Wiederholte
strategische
Spiele

Wiederholte Spiele
mit unsicherem
Abbruch

Strategien =
Moore-Automaten

Alternative
Nash-Equilibria

Welche Strategie
ist die Beste?

Zusammen-
fassung &
Ausblick



- **Strenges Tit-for-tat:** Bestrafe 2- oder 3-mal, bevor zur Kooperation zurück gekehrt wird.
- **Missvertrauen:** Beginne mit D und spiele dann Tit-for-tat.
- **Majorität:** Spiele den meistbenutzten Zug des Gegners (bei Gleichheit Kooperation).

Was ist
Spieltheorie?

Strategische
Spiele

Wiederholte
strategische
Spiele

Wiederholte Spiele
mit unsicherem
Abbruch

Strategien =
Moore-Automaten

Alternative
Nash-Equilibria

Welche Strategie
ist die Beste?

Zusammen-
fassung &
Ausblick



- **Strenges Tit-for-tat:** Bestrafe 2- oder 3-mal, bevor zur Kooperation zurück gekehrt wird.
- **Missvertrauen:** Beginne mit D und spiele dann Tit-for-tat.
- **Majorität:** Spiele den meistbenutzten Zug des Gegners (bei Gleichheit Kooperation).
- **Schnorrer:** Probiere irgendwann D und mache weiter damit, solange der andere C spielt, ansonsten Tit-for-Tat.

Was ist
Spieltheorie?

Strategische
Spiele

Wiederholte
strategische
Spiele

Wiederholte Spiele
mit unsicherem
Abbruch

Strategien =
Moore-Automaten

Alternative
Nash-Equilibria

Welche Strategie
ist die Beste?

Zusammen-
fassung &
Ausblick



- **Strenges Tit-for-tat:** Bestrafe 2- oder 3-mal, bevor zur Kooperation zurück gekehrt wird.
- **Missvertrauen:** Beginne mit D und spiele dann Tit-for-tat.
- **Majorität:** Spiele den meistbenutzten Zug des Gegners (bei Gleichheit Kooperation).
- **Schnorrer:** Probiere irgendwann D und mache weiter damit, solange der andere C spielt, ansonsten Tit-for-Tat.
- **Spätes Abweichen:** Weiche in einer sehr späten Runde ab und spiele D (in der Hoffnung, dass das die letzte Runde ist).

Was ist
Spieltheorie?

Strategische
Spiele

Wiederholte
strategische
Spiele

Wiederholte Spiele
mit unsicherem
Abbruch

Strategien =
Moore-Automaten

Alternative
Nash-Equilibria

Welche Strategie
ist die Beste?

Zusammen-
fassung &
Ausblick



- **Strenges Tit-for-tat:** Bestrafe 2- oder 3-mal, bevor zur Kooperation zurück gekehrt wird.
- **Missvertrauen:** Beginne mit D und spiele dann Tit-for-tat.
- **Majorität:** Spiele den meistbenutzten Zug des Gegners (bei Gleichheit Kooperation).
- **Schnorrer:** Probiere irgendwann D und mache weiter damit, solange der andere C spielt, ansonsten Tit-for-Tat.
- **Spätes Abweichen:** Weiche in einer sehr späten Runde ab und spiele D (in der Hoffnung, dass das die letzte Runde ist).
- Einige dieser Strategien sind NE, andere nicht. Aber darauf kommt es ja gar nicht an, wenn man gegen viele verschiedene Agenten spielen muss . . .

Was ist
Spieltheorie?

Strategische
Spiele

Wiederholte
strategische
Spiele

Wiederholte Spiele
mit unsicherem
Abbruch

Strategien =
Moore-Automaten

Alternative
Nash-Equilibria

Welche Strategie
ist die Beste?

Zusammen-
fassung &
Ausblick



Zusammenfassung & Ausblick

Was ist
Spieltheorie?

Strategische
Spiele

Wiederholte
strategische
Spiele

Zusammen-
fassung &
Ausblick



- **Spieltheorie** beschäftigt sich mit Entscheidungen von rationalen Agenten in Gruppen.

Was ist
Spieltheorie?

Strategische
Spiele

Wiederholte
strategische
Spiele

Zusammen-
fassung &
Ausblick



- **Spieltheorie** beschäftigt sich mit Entscheidungen von rationalen Agenten in Gruppen.
- Spieltheorie ist in der Mathematik entstanden, ist mittlerweile aber ein **wichtiges Werkzeug innerhalb der Informatik**.

Was ist
Spieltheorie?

Strategische
Spiele

Wiederholte
strategische
Spiele

Zusammen-
fassung &
Ausblick



- **Spieltheorie** beschäftigt sich mit Entscheidungen von rationalen Agenten in Gruppen.
- Spieltheorie ist in der Mathematik entstanden, ist mittlerweile aber ein **wichtiges Werkzeug innerhalb der Informatik**.
- **Strategische Spiele** sind die einfachsten Spiele, die untersucht werden.

Was ist
Spieltheorie?

Strategische
Spiele

Wiederholte
strategische
Spiele

Zusammen-
fassung &
Ausblick



- **Spieltheorie** beschäftigt sich mit Entscheidungen von rationalen Agenten in Gruppen.
- Spieltheorie ist in der Mathematik entstanden, ist mittlerweile aber ein **wichtiges Werkzeug innerhalb der Informatik**.
- **Strategische Spiele** sind die einfachsten Spiele, die untersucht werden.
- Das **Gefangenendilemma** modelliert das Problem, dass Kooperation zwar sinnvoll ist, aber unkooperatives Verhalten höheren Nutzen bringen kann.

Was ist
Spieltheorie?

Strategische
Spiele

Wiederholte
strategische
Spiele

Zusammen-
fassung &
Ausblick



- **Spieltheorie** beschäftigt sich mit Entscheidungen von rationalen Agenten in Gruppen.
- Spieltheorie ist in der Mathematik entstanden, ist mittlerweile aber ein **wichtiges Werkzeug innerhalb der Informatik**.
- **Strategische Spiele** sind die einfachsten Spiele, die untersucht werden.
- Das **Gefangenendilemma** modelliert das Problem, dass Kooperation zwar sinnvoll ist, aber unkooperatives Verhalten höheren Nutzen bringen kann.
- Wiederholte Spiele bringen den Aspekt von **Zeit** und **Erfahrungen** in die spieltheoretische Analyse.

Was ist
Spieltheorie?

Strategische
Spiele

Wiederholte
strategische
Spiele

Zusammen-
fassung &
Ausblick



- **Spieltheorie** beschäftigt sich mit Entscheidungen von rationalen Agenten in Gruppen.
- Spieltheorie ist in der Mathematik entstanden, ist mittlerweile aber ein **wichtiges Werkzeug innerhalb der Informatik**.
- **Strategische Spiele** sind die einfachsten Spiele, die untersucht werden.
- Das **Gefangenendilemma** modelliert das Problem, dass Kooperation zwar sinnvoll ist, aber unkooperatives Verhalten höheren Nutzen bringen kann.
- Wiederholte Spiele bringen den Aspekt von **Zeit** und **Erfahrungen** in die spieltheoretische Analyse.
- Im **wiederholten Gefangenendilemma** existieren **rationale Kooperationsstrategien**, aber es existieren sehr viele davon.

Was ist Spieltheorie?

Strategische Spiele

Wiederholte strategische Spiele

Zusammenfassung & Ausblick