Informatik I: Einführung in die Programmierung

8. Exkurs: Spieltheorie

Albert-Ludwigs-Universität Freiburg

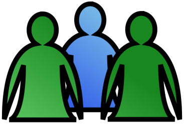
Bernhard Nebel

2. November 2015

Was ist Spieltheorie?

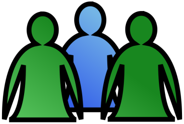
Was ist Spieltheorie?

- Spieltheorie beschäftigt sich mit Entscheidungen von rationalen Agenten in Gruppensituationen:



Was ist Spieltheorie?

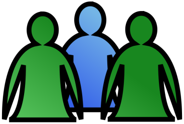
- Spieltheorie beschäftigt sich mit Entscheidungen von rationalen Agenten in Gruppensituationen:



  - Gesellschaftsspiele

Was ist Spieltheorie?

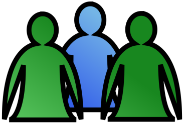
- Spieltheorie beschäftigt sich mit Entscheidungen von rationalen Agenten in Gruppensituationen:



  - Gesellschaftsspiele
  - Entscheidungen in Politik und Wirtschaft

Was ist Spieltheorie?

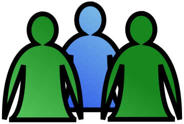
- Spieltheorie beschäftigt sich mit Entscheidungen von rationalen Agenten in Gruppensituationen:



  - Gesellschaftsspiele
  - Entscheidungen in Politik und Wirtschaft
  - Auktionen

Was ist Spieltheorie?

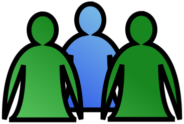
- Spieltheorie beschäftigt sich mit Entscheidungen von rationalen Agenten in Gruppensituationen:



  - Gesellschaftsspiele
  - Entscheidungen in Politik und Wirtschaft
  - Auktionen
  - Wahlen

Was ist Spieltheorie?

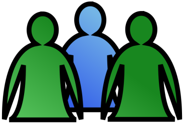
- Spieltheorie beschäftigt sich mit Entscheidungen von rationalen Agenten in Gruppensituationen:



  - Gesellschaftsspiele
  - Entscheidungen in Politik und Wirtschaft
  - Auktionen
  - Wahlen
- Entstanden in der Mathematik (von Neumann 1928, Nash 1950).

Was ist Spieltheorie?

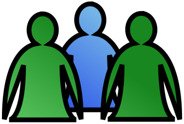
- Spieltheorie beschäftigt sich mit Entscheidungen von rationalen Agenten in Gruppensituationen:



  - Gesellschaftsspiele
  - Entscheidungen in Politik und Wirtschaft
  - Auktionen
  - Wahlen
- Entstanden in der Mathematik (von Neumann 1928, Nash 1950).
- Heute aber auch wichtiges Hilfsmittel in der Informatik:

Was ist Spieltheorie?

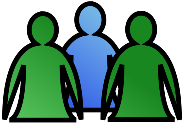
- Spieltheorie beschäftigt sich mit Entscheidungen von rationalen Agenten in Gruppensituationen:



  - Gesellschaftsspiele
  - Entscheidungen in Politik und Wirtschaft
  - Auktionen
  - Wahlen
- Entstanden in der Mathematik (von Neumann 1928, Nash 1950).
- Heute aber auch wichtiges Hilfsmittel in der Informatik:
  - Multi-Agenten-Systeme (und KI allgemein)

Was ist Spieltheorie?

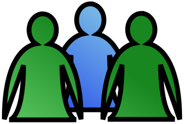
- Spieltheorie beschäftigt sich mit Entscheidungen von rationalen Agenten in Gruppensituationen:



  - Gesellschaftsspiele
  - Entscheidungen in Politik und Wirtschaft
  - Auktionen
  - Wahlen
- Entstanden in der Mathematik (von Neumann 1928, Nash 1950).
- Heute aber auch wichtiges Hilfsmittel in der Informatik:
  - Multi-Agenten-Systeme (und KI allgemein)
  - Internet-Routing (und theoretische Informatik allgemein)

Was ist Spieltheorie?

- Spieltheorie beschäftigt sich mit Entscheidungen von rationalen Agenten in Gruppensituationen:



  - Gesellschaftsspiele
  - Entscheidungen in Politik und Wirtschaft
  - Auktionen
  - Wahlen
- Entstanden in der Mathematik (von Neumann 1928, Nash 1950).
- Heute aber auch wichtiges Hilfsmittel in der Informatik:
  - Multi-Agenten-Systeme (und KI allgemein)
  - Internet-Routing (und theoretische Informatik allgemein)
  - Internet-Auktionen

Strategische Spiele

Strategische Spiele – Motivation

Spiele, bei denen alle Spieler gleichzeitig eine Entscheidung treffen und das Resultat sich aus der gleichzeitig getroffen Entscheidung ergibt.

Beispiele:

- „Schere-Stein-Papier“,

Strategische Spiele – Motivation

Spiele, bei denen alle Spieler gleichzeitig eine Entscheidung treffen und das Resultat sich aus der gleichzeitig getroffen Entscheidung ergibt.

Beispiele:

- „Schere-Stein-Papier“,
- „Elfmeter-Schießen“,

Strategische Spiele – Motivation

Spiele, bei denen alle Spieler gleichzeitig eine Entscheidung treffen und das Resultat sich aus der gleichzeitig getroffen Entscheidung ergibt.

Beispiele:

- „Schere-Stein-Papier“,
- „Elfmeter-Schießen“,
- Auktion mit verdeckten Geboten,

Strategische Spiele – Motivation

Spiele, bei denen alle Spieler gleichzeitig eine Entscheidung treffen und das Resultat sich aus der gleichzeitig getroffen Entscheidung ergibt.
Beispiele:

- „Schere-Stein-Papier“,
- „Elfmeter-Schießen“,
- Auktion mit verdeckten Geboten,
- Wahlen

Strategische Spiele – Motivation

Spiele, bei denen alle Spieler gleichzeitig eine Entscheidung treffen und das Resultat sich aus der gleichzeitig getroffen Entscheidung ergibt.
Beispiele:

- „Schere-Stein-Papier“,
- „Elfmeter-Schießen“,
- Auktion mit verdeckten Geboten,
- Wahlen

Wichtig: Jeder Spieler macht sich Gedanken darüber, wie die anderen wohl spielen würden um dann zu einer Entscheidung zu kommen. Dabei weiß jeder Spieler, dass die anderen genauso vorgehen.

Der Nutzen von Entscheidungen

- Jeder Agent entscheidet über eine auszuführende Aktion (Schere, Stein, . . .)

Der Nutzen von Entscheidungen

- Jeder Agent entscheidet über eine auszuführende Aktion (Schere, Stein, …)
- Der Nutzen (engl. *Utility*, *Payoff*) der Aktion ist abhängig von den Aktionen, die die anderen gewählt haben, wobei der Nutzen immer eine reelle Zahl ist:

Der Nutzen von Entscheidungen

- Jeder Agent entscheidet über eine auszuführende Aktion (Schere, Stein, ...)
- Der Nutzen (engl. *Utility*, *Payoff*) der Aktion ist abhängig von den Aktionen, die die anderen gewählt haben, wobei der Nutzen immer eine reelle Zahl ist:
  - Hat man selbst „Schere" gewählt, so ist der Nutzen 1, falls der andere „Papier" wählt.

Der Nutzen von Entscheidungen

UNI FREIBURG

- Jeder Agent entscheidet über eine auszuführende Aktion (Schere, Stein, . . .)
- Der Nutzen (engl. *Utility*, *Payoff*) der Aktion ist abhängig von den Aktionen, die die anderen gewählt haben, wobei der Nutzen immer eine reelle Zahl ist:
    - Hat man selbst „Schere“ gewählt, so ist der Nutzen 1, falls der andere „Papier“ wählt.
    - Er ist 0, falls der andere auch „Schere“ wählt.

Der Nutzen von Entscheidungen

- Jeder Agent entscheidet über eine auszuführende Aktion (Schere, Stein, …)
- Der Nutzen (engl. *Utility*, *Payoff*) der Aktion ist abhängig von den Aktionen, die die anderen gewählt haben, wobei der Nutzen immer eine reelle Zahl ist:
  - Hat man selbst „Schere“ gewählt, so ist der Nutzen 1, falls der andere „Papier“ wählt.
  - Er ist 0, falls der andere auch „Schere“ wählt.
  - Er ist -1, falls der andere „Stein“ wählt.

Der Nutzen von Entscheidungen

- Jeder Agent entscheidet über eine auszuführende Aktion (Schere, Stein, ...)
- Der Nutzen (engl. *Utility*, *Payoff*) der Aktion ist abhängig von den Aktionen, die die anderen gewählt haben, wobei der Nutzen immer eine reelle Zahl ist:
  - Hat man selbst „Schere" gewählt, so ist der Nutzen 1, falls der andere „Papier" wählt.
  - Er ist 0, falls der andere auch „Schere" wählt.
  - Er ist -1, falls der andere „Stein" wählt.
- Rationale Agenten versuchen ihren Nutzen zu maximieren (und sonst nichts).

Nutzenmatrix

Man kann im Falle von 2 Spielern die Nutzenwerte in einer Matrix angeben.

		Spielerin 2	
		L	R
Spieler 1	T	u_1, u_2	v_1, v_2
	B	x_1, x_2	y_1, y_2

Nutzenmatrix

Man kann im Falle von 2 Spielern die Nutzenwerte in einer Matrix angeben.

		Spielerin 2	
		L	R
Spieler 1	T	u_1, u_2	v_1, v_2
	B	x_1, x_2	y_1, y_2

Spieler 1 ist der Zeilenspieler

Nutzenmatrix

Man kann im Falle von 2 Spielern die Nutzenwerte in einer Matrix angeben.

		Spielerin 2	
		L	R
Spieler 1	T	u_1, u_2	v_1, v_2
	B	x_1, x_2	y_1, y_2

Spieler 1 ist der Zeilenspieler, der zwischen den Aktionen T und B wählen kann.

Nutzenmatrix

Man kann im Falle von 2 Spielern die Nutzenwerte in einer Matrix angeben.

		Spielerin 2	
		L	R
Spieler 1	T	u_1, u_2	v_1, v_2
	B	x_1, x_2	y_1, y_2

Spieler 1 ist der Zeilenspieler, der zwischen den Aktionen T und B wählen kann. Seine Nutzenwerte sind die jeweils linken Werte.

Nutzenmatrix

Man kann im Falle von 2 Spielern die Nutzenwerte in einer Matrix angeben.

		Spielerin 2	
		L	R
Spieler 1	T	u_1, u_2	v_1, v_2
	B	x_1, x_2	y_1, y_2

Spieler 1 ist der Zeilenspieler, der zwischen den Aktionen T und B wählen kann. Seine Nutzenwerte sind die jeweils linken Werte. Spielerin 2 ist die Spaltenspielerin.

Nutzenmatrix

Man kann im Falle von 2 Spielern die Nutzenwerte in einer Matrix angeben.

		Spielerin 2	
		L	R
Spieler 1	T	u_1, u_2	v_1, v_2
	B	x_1, x_2	y_1, y_2

Spieler 1 ist der Zeilenspieler, der zwischen den Aktionen T und B wählen kann. Seine Nutzenwerte sind die jeweils linken Werte. Spielerin 2 ist die Spaltenspielerin. Sie kann hier zwischen den Aktionen L und R wählen.

Nutzenmatrix

Man kann im Falle von 2 Spielern die Nutzenwerte in einer Matrix angeben.

		Spielerin 2 L	Spielerin 2 R
Spieler 1	T	u_1, u_2	v_1, v_2
	B	x_1, x_2	y_1, y_2

Spieler 1 ist der Zeilenspieler, der zwischen den Aktionen T und B wählen kann. Seine Nutzenwerte sind die jeweils linken Werte. Spielerin 2 ist die Spaltenspielerin. Sie kann hier zwischen den Aktionen L und R wählen. Ihre Nutzenwerte sind die jeweils rechten Werte.

Nutzenmatrix

Man kann im Falle von 2 Spielern die Nutzenwerte in einer Matrix angeben.

		Spielerin 2	
		L	R
Spieler 1	T	u_1, u_2	v_1, v_2
	B	x_1, x_2	y_1, y_2

Spieler 1 ist der Zeilenspieler, der zwischen den Aktionen T und B wählen kann. Seine Nutzenwerte sind die jeweils linken Werte. Spielerin 2 ist die Spaltenspielerin. Sie kann hier zwischen den Aktionen L und R wählen. Ihre Nutzenwerte sind die jeweils rechten Werte.

Wählen die Spieler T und R, so ist die Auszahlung für Spieler 1 v_1 und für Spielerin 2 v_2.

Nutzenmatrix

Man kann im Falle von 2 Spielern die Nutzenwerte in einer Matrix angeben.

		Spielerin 2	
		L	R
Spieler 1	T	u_1, u_2	v_1, v_2
	B	x_1, x_2	y_1, y_2

Spieler 1 ist der Zeilenspieler, der zwischen den Aktionen T und B wählen kann. Seine Nutzenwerte sind die jeweils linken Werte. Spielerin 2 ist die Spaltenspielerin. Sie kann hier zwischen den Aktionen L und R wählen. Ihre Nutzenwerte sind die jeweils rechten Werte.
Wählen die Spieler T und R, so ist die Auszahlung für Spieler 1 v_1 und für Spielerin 2 v_2.

Nutzenmatrix

Man kann im Falle von 2 Spielern die Nutzenwerte in einer Matrix angeben.

		Spielerin 2	
		L	R
Spieler 1	T	u_1, u_2	v_1, v_2
	B	x_1, x_2	y_1, y_2

Spieler 1 ist der Zeilenspieler, der zwischen den Aktionen T und B wählen kann. Seine Nutzenwerte sind die jeweils linken Werte. Spielerin 2 ist die Spaltenspielerin. Sie kann hier zwischen den Aktionen L und R wählen. Ihre Nutzenwerte sind die jeweils rechten Werte.

Wählen die Spieler T und R, so ist die Auszahlung für Spieler 1 v_1 und für Spielerin 2 v_2.

Beispiel: Elfmeterspiel

		Spieler 2 (Torwart) L	R
Spieler 1 (Schütze)	L	$-1, +1$	$+1, -1$
	R	$+1, -1$	$-1, +1$

Beispiel: Elfmeterspiel

		Spieler 2 (Torwart)	
		L	R
Spieler 1 (Schütze)	L	$-1,+1$	$+1,-1$
	R	$+1,-1$	$-1,+1$

Wenn Spieler 1 (der Schütze) sich für L entscheidet und der Torwart für L

Beispiel: Elfmeterspiel

		Spieler 2 (Torwart)	
		L	R
Spieler 1 (Schütze)	L	$-1, +1$	$+1, -1$
	R	$+1, -1$	$-1, +1$

Wenn Spieler 1 (der Schütze) sich für L entscheidet und der Torwart für L, dann gibt es kein Tor und Spieler 1 erhält -1 und Spieler 2 erhält $+1$.

Beispiel: Elfmeterspiel

Spieler 2 (Torwart)

		L	R
Spieler 1 (Schütze)	L	$-1, +1$	$+1, -1$
	R	$+1, -1$	$-1, +1$

Wenn Spieler 1 (der Schütze) sich für L entscheidet und der Torwart für L, dann gibt es kein Tor und Spieler 1 erhält -1 und Spieler 2 erhält $+1$.

Beispiel: Elfmeterspiel

		Spieler 2 (Torwart)	
		L	R
Spieler 1 (Schütze)	L	$-1, +1$	$+1, -1$
	R	$+1, -1$	$-1, +1$

Wenn Spieler 1 (der Schütze) sich für L entscheidet und der Torwart für L, dann gibt es kein Tor und Spieler 1 erhält -1 und Spieler 2 erhält +1. Entscheidet sich Spieler 1 für R und Spieler 2 für L, erhält der Schütze +1 und der Torwart -1.

Beispiel: Elfmeterspiel

Spieler 2 (Torwart)

		L	R
Spieler 1 (Schütze)	L	$-1, +1$	$+1, -1$
	R	$+1, -1$	$-1, +1$

Wenn Spieler 1 (der Schütze) sich für L entscheidet und der Torwart für L, dann gibt es kein Tor und Spieler 1 erhält -1 und Spieler 2 erhält $+1$. Entscheidet sich Spieler 1 für R und Spieler 2 für L, erhält der Schütze $+1$ und der Torwart -1.

Beispiel: Elfmeterspiel

		Spieler 2 (Torwart) L	Spieler 2 (Torwart) R
Spieler 1 (Schütze)	L	$-1, +1$	$+1, -1$
	R	$+1, -1$	$-1, +1$

Wenn Spieler 1 (der Schütze) sich für L entscheidet und der Torwart für L, dann gibt es kein Tor und Spieler 1 erhält -1 und Spieler 2 erhält $+1$. Entscheidet sich Spieler 1 für R und Spieler 2 für L, erhält der Schütze $+1$ und der Torwart -1.

Beispiel: Koordinationsspiel

Ein Paar geht gerne ins Kino, er schaut gerne **S**cience-Fiction-Filme, sie **B**ollywood-Filme. Sie gehen lieber zusamen ins Kino, als dass sie sich den Film alleine anschauen. Sie müssen allerdings ihre Kinokarten kaufen, ohne dass sie den anderen kontaktieren können (Handy kaputt).

Beispiel: Koordinationsspiel

Ein Paar geht gerne ins Kino, er schaut gerne **S**cience-Fiction-Filme, sie **B**ollywood-Filme. Sie gehen lieber zusamen ins Kino, als dass sie sich den Film alleine anschauen. Sie müssen allerdings ihre Kinokarten kaufen, ohne dass sie den anderen kontaktieren können (Handy kaputt).

		Spieler 2	
		B	S
Spieler 1	B	1,2	0,0
	S	0,0	2,1

Beispiel: Koordinationsspiel

Ein Paar geht gerne ins Kino, er schaut gerne **S**cience-Fiction-Filme, sie **B**ollywood-Filme. Sie gehen lieber zusamen ins Kino, als dass sie sich den Film alleine anschauen. Sie müssen allerdings ihre Kinokarten kaufen, ohne dass sie den anderen kontaktieren können (Handy kaputt).

		Spieler 2: B	Spieler 2: S
Spieler 1	B	1, 2	0, 0
	S	0, 0	2, 1

Auch als BoS, „Bach or Strawinsky“ oder „Battle of Sexes“ bekannt.

Beispiel: Gefangenendilemma

Zwei Verbrecher, die zusammen verhaftet wurden, werden einzeln verhört. Sie können mit 0-4 Jahren Gefängnis bestraft werden (Nutzenwert 4 für 0 Jahre, 3 für 1 Jahr, usw.).

Beispiel: Gefangenendilemma

Zwei Verbrecher, die zusammen verhaftet wurden, werden einzeln verhört. Sie können mit 0-4 Jahren Gefängnis bestraft werden (Nutzenwert 4 für 0 Jahre, 3 für 1 Jahr, usw.). Wenn einer gesteht (**D**efect), während der andere schweigt (**C**ooperate), so wird ersterer frei gelassen (Wert: 4), während der andere 4 Jahre (Wert: 0) ins Gefängnis muss. Schweigen beide (**C**/**C**), müssen sie für 1 Jahr (Wert 3) ins Gefängnis. Gestehen beide, müssen sie beide für 3 Jahre (Wert 1) ins Gefängnis.

Beispiel: Gefangenendilemma

Zwei Verbrecher, die zusammen verhaftet wurden, werden einzeln verhört. Sie können mit 0-4 Jahren Gefängnis bestraft werden (Nutzenwert 4 für 0 Jahre, 3 für 1 Jahr, usw.). Wenn einer gesteht (**D**efect), während der andere schweigt (**C**ooperate), so wird ersterer frei gelassen (Wert: 4), während der andere 4 Jahre (Wert: 0) ins Gefängnis muss. Schweigen beide (**C**/**C**), müssen sie für 1 Jahr (Wert 3) ins Gefängnis. Gestehen beide, müssen sie beide für 3 Jahre (Wert 1) ins Gefängnis.

	C	D
C	3,3	0,4
D	4,0	1,1

Zwei Verbrecher, die zusammen verhaftet wurden, werden einzeln verhört. Sie können mit 0-4 Jahren Gefängnis bestraft werden (Nutzenwert 4 für 0 Jahre, 3 für 1 Jahr, usw.). Wenn einer gesteht (**D**efect), während der andere schweigt (**C**ooperate), so wird ersterer frei gelassen (Wert: 4), während der andere 4 Jahre (Wert: 0) ins Gefängnis muss. Schweigen beide (**C**/**C**), müssen sie für 1 Jahr (Wert 3) ins Gefängnis. Gestehen beide, müssen sie beide für 3 Jahre (Wert 1) ins Gefängnis.

	C	D
C	3,3	0,4
D	4,0	1,1

Beispiel: Gefangenendilemma

Zwei Verbrecher, die zusammen verhaftet wurden, werden einzeln verhört. Sie können mit 0-4 Jahren Gefängnis bestraft werden (Nutzenwert 4 für 0 Jahre, 3 für 1 Jahr, usw.). Wenn einer gesteht (**D**efect), während der andere schweigt (**C**ooperate), so wird ersterer frei gelassen (Wert: 4), während der andere 4 Jahre (Wert: 0) ins Gefängnis muss. Schweigen beide (**C**/**C**), müssen sie für 1 Jahr (Wert 3) ins Gefängnis. Gestehen beide, müssen sie beide für 3 Jahre (Wert 1) ins Gefängnis.

	C	D
C	3,3	0,4
D	4,0	1,1

Beispiel: Gefangenendilemma

Zwei Verbrecher, die zusammen verhaftet wurden, werden einzeln verhört. Sie können mit 0-4 Jahren Gefängnis bestraft werden (Nutzenwert 4 für 0 Jahre, 3 für 1 Jahr, usw.). Wenn einer gesteht (**D**efect), während der andere schweigt (**C**ooperate), so wird ersterer frei gelassen (Wert: 4), während der andere 4 Jahre (Wert: 0) ins Gefängnis muss. Schweigen beide (**C**/**C**), müssen sie für 1 Jahr (Wert 3) ins Gefängnis. Gestehen beide, müssen sie beide für 3 Jahre (Wert 1) ins Gefängnis.

	C	D
C	$3,3$	$0,4$
D	$4,0$	$1,1$

Lösungen für strategische Spiele

- Welche Strategie sollte man spielen?

Lösungen für strategische Spiele

UNI FREIBURG

- Welche Strategie sollte man spielen?
- Maximin: Das Maximum über alle Worst-Case-Werte.

Lösungen für strategische Spiele

- Welche Strategie sollte man spielen?
- Maximin: Das Maximum über alle Worst-Case-Werte.
  - Im Gefangenendilemma, ist der Worst-Case Wert 0 für C, 1 für D (für Spieler 1 hervorgehoben).

	C	D
C	3,3	0,4
D	4,0	1,1

Lösungen für strategische Spiele

- Welche Strategie sollte man spielen?
- Maximin: Das Maximum über alle Worst-Case-Werte.
  - Im Gefangenendilemma, ist der Worst-Case Wert 0 für C, 1 für D (für Spieler 1 hervorgehoben).
  - Für *BoS* und *Elfmeter* bekommen wir keine Lösung.

	L	R
L	$-1, +1$	$+1, -1$
R	$+1, -1$	$-1, +1$

	B	S
B	1, 2	0, 0
S	0, 0	2, 1

Lösungen für strategische Spiele

- Welche Strategie sollte man spielen?
- Maximin: Das Maximum über alle Worst-Case-Werte.
  - Im Gefangenendilemma, ist der Worst-Case Wert 0 für C, 1 für D (für Spieler 1 hervorgehoben).
  - Für *BoS* und *Elfmeter* bekommen wir keine Lösung.
- Dominante Strategien: Ist eine Entscheidung immer besser, egal was der andere wählt, dann nimm diese.

Lösungen für strategische Spiele

- Welche Strategie sollte man spielen?
- Maximin: Das Maximum über alle Worst-Case-Werte.
  - Im Gefangenendilemma, ist der Worst-Case Wert 0 für C, 1 für D (für Spieler 1 hervorgehoben).
  - Für *BoS* und *Elfmeter* bekommen wir keine Lösung.
- Dominante Strategien: Ist eine Entscheidung immer besser, egal was der andere wählt, dann nimm diese.
  - Im Gefangenendilemma ist der Nutzen für D *immer höher* als für C (für Spieler 1 hervorgehoben).

	C	D
C	3,3	0,4
D	4,0	1,1

Lösungen für strategische Spiele

- Welche Strategie sollte man spielen?
- Maximin: Das Maximum über alle Worst-Case-Werte.
  - Im Gefangenendilemma, ist der Worst-Case Wert 0 für C, 1 für D (für Spieler 1 hervorgehoben).
  - Für *BoS* und *Elfmeter* bekommen wir keine Lösung.
- Dominante Strategien: Ist eine Entscheidung immer besser, egal was der andere wählt, dann nimm diese.
  - Im Gefangenendilemma ist der Nutzen für D *immer höher* als für C (für Spieler 1 hervorgehoben).
  - Bei den anderen Spielen nicht vorhanden.

	L	R
L	$-1,+1$	$+1,-1$
R	$+1,-1$	$-1,+1$

	B	S
B	1,2	0,0
S	0,0	2,1

Was ist Spieltheorie?
Strategische Spiele
Motivation
Nutzenmatrix
Beispiele
Nash-Equilibrium
Wiederholte strategische Spiele
Zusammenfassung & Ausblick

Nash-Equilibrium

- John Nash schlug vor, Kombinationen von Aktionen (*Aktionsprofile*) als Lösungen zu betrachten, bei denen sich kein Spieler durch eine Abweichung verbessern kann: **Nash-Equilibrium** (*NE*)

Nash-Equilibrium

- John Nash schlug vor, Kombinationen von Aktionen (*Aktionsprofile*) als Lösungen zu betrachten, bei denen sich kein Spieler durch eine Abweichung verbessern kann: **Nash-Equilibrium** (*NE*)
  - Im Gefangenendilemma, ist das einzige Nash-Equilibrium (D,D).

	C	D
C	3, 3	0, 4
D	4, 0	1, 1

Nash-Equilibrium

- John Nash schlug vor, Kombinationen von Aktionen (*Aktionsprofile*) als Lösungen zu betrachten, bei denen sich kein Spieler durch eine Abweichung verbessern kann: **Nash-Equilibrium** (*NE*)
  - Im Gefangenendilemma, ist das einzige Nash-Equilibrium (D,D).
  - Bei BoS gibt es zwei Nash-Equilibria: (B,B), (S,S).

	B	S
B	1,2	0,0
S	0,0	2,1

Nash-Equilibrium

- John Nash schlug vor, Kombinationen von Aktionen (*Aktionsprofile*) als Lösungen zu betrachten, bei denen sich kein Spieler durch eine Abweichung verbessern kann: **Nash-Equilibrium** (*NE*)
  - Im Gefangenendilemma, ist das einzige Nash-Equilibrium (D,D).
  - Bei BoS gibt es zwei Nash-Equilibria: (B,B), (S,S).
  - Im Elfmeterspiel gibt es kein Gleichgewicht.

	L	R
L	$-1, +1$	$+1, -1$
R	$+1, -1$	$-1, +1$

Nash-Equilibrium

- John Nash schlug vor, Kombinationen von Aktionen (*Aktionsprofile*) als Lösungen zu betrachten, bei denen sich kein Spieler durch eine Abweichung verbessern kann: **Nash-Equilibrium** (*NE*)
  - Im Gefangenendilemma, ist das einzige Nash-Equilibrium (D,D).
  - Bei BoS gibt es zwei Nash-Equilibria: (B,B), (S,S).
  - Im Elfmeterspiel gibt es kein Gleichgewicht.
  - Erweitert man die wählbaren Aktionen auf *Wahrscheinlichkeitsverteilungen* über den Aktionen, so gibt es (in endlichen strategischen Spielen) immer ein Nash-Equilibrium (Satz von Nash)!

Wiederholte strategische Spiele

Das Dilemma der Gefangenen

- Wählt man die Maximin-Aktion um das schlechtest mögliche Ergebnis zu maximieren, erhält man D.

Das Dilemma der Gefangenen

- Wählt man die Maximin-Aktion um das schlechtest mögliche Ergebnis zu maximieren, erhält man D.
- Außerdem ist D eine dominante Aktion, da der Nutzen, egal was der andere Spieler macht, immer maximal ist.

Das Dilemma der Gefangenen

- Wählt man die Maximin-Aktion um das schlechtest mögliche Ergebnis zu maximieren, erhält man D.
- Außerdem ist D eine dominante Aktion, da der Nutzen, egal was der andere Spieler macht, immer maximal ist.
- Außerdem ist (D,D) ein Nash-Equilibirum.

Das Dilemma der Gefangenen

- Wählt man die Maximin-Aktion um das schlechtest mögliche Ergebnis zu maximieren, erhält man D.
- Außerdem ist D eine dominante Aktion, da der Nutzen, egal was der andere Spieler macht, immer maximal ist.
- Außerdem ist (D,D) ein Nash-Equilibirum.
- Wünschenswert wäre aber natürlich für beide Spieler, dass (C,C) gespielt wird.

Das Dilemma der Gefangenen

- Wählt man die Maximin-Aktion um das schlechtest mögliche Ergebnis zu maximieren, erhält man D.
- Außerdem ist D eine dominante Aktion, da der Nutzen, egal was der andere Spieler macht, immer maximal ist.
- Außerdem ist (D,D) ein Nash-Equilibirum.
- Wünschenswert wäre aber natürlich für beide Spieler, dass (C,C) gespielt wird.
- Tatsächlich spielen Menschen auch oft (C,C):

Das Dilemma der Gefangenen

- Wählt man die Maximin-Aktion um das schlechtest mögliche Ergebnis zu maximieren, erhält man D.
- Außerdem ist D eine dominante Aktion, da der Nutzen, egal was der andere Spieler macht, immer maximal ist.
- Außerdem ist (D,D) ein Nash-Equilibirum.
- Wünschenswert wäre aber natürlich für beide Spieler, dass (C,C) gespielt wird.
- Tatsächlich spielen Menschen auch oft (C,C):
  - weil sie Erfahrungen gesammelt haben,

Das Dilemma der Gefangenen

- Wählt man die Maximin-Aktion um das schlechtest mögliche Ergebnis zu maximieren, erhält man D.
- Außerdem ist D eine dominante Aktion, da der Nutzen, egal was der andere Spieler macht, immer maximal ist.
- Außerdem ist (D,D) ein Nash-Equilibirum.
- Wünschenswert wäre aber natürlich für beide Spieler, dass (C,C) gespielt wird.
- Tatsächlich spielen Menschen auch oft (C,C):
  - weil sie Erfahrungen gesammelt haben,
  - weil sie Vertrauen in den anderen Spieler haben,

Das Dilemma der Gefangenen

- Wählt man die Maximin-Aktion um das schlechtest mögliche Ergebnis zu maximieren, erhält man D.
- Außerdem ist D eine dominante Aktion, da der Nutzen, egal was der andere Spieler macht, immer maximal ist.
- Außerdem ist (D,D) ein Nash-Equilibirum.
- Wünschenswert wäre aber natürlich für beide Spieler, dass (C,C) gespielt wird.
- Tatsächlich spielen Menschen auch oft (C,C):
  - weil sie Erfahrungen gesammelt haben,
  - weil sie Vertrauen in den anderen Spieler haben,
  - weil sie sich vor Bestrafung fürchten.

Wiederholte Spiele

- Um die Zeit- und Erfahrungsaspekte mit einzubringen, kann man die Spiele mehrfach spielen lassen.

Wiederholte Spiele

- Um die Zeit- und Erfahrungsaspekte mit einzubringen, kann man die Spiele mehrfach spielen lassen.
- Also z.B. 10 Runden des Gefangenendilemmas hintereinander spielen.

Wiederholte Spiele

- Um die Zeit- und Erfahrungsaspekte mit einzubringen, kann man die Spiele mehrfach spielen lassen.
- Also z.B. 10 Runden des Gefangenendilemmas hintereinander spielen.
- Was wäre ein Nash-Equilibrium für dieses neue Spiel?

Wiederholte Spiele

- Um die Zeit- und Erfahrungsaspekte mit einzubringen, kann man die Spiele mehrfach spielen lassen.
- Also z.B. 10 Runden des Gefangenendilemmas hintereinander spielen.
- Was wäre ein Nash-Equilibrium für dieses neue Spiel?
  - Im letzten Spiel ist das einzige NE das bekannte (D,D).

Wiederholte Spiele

- Um die Zeit- und Erfahrungsaspekte mit einzubringen, kann man die Spiele mehrfach spielen lassen.
- Also z.B. 10 Runden des Gefangenendilemmas hintereinander spielen.
- Was wäre ein Nash-Equilibrium für dieses neue Spiel?
  - Im letzten Spiel ist das einzige NE das bekannte (D,D).
  - Dann ist allerdings im vorletzten Spiel auch (D,D) das einzige NE …

Wiederholte Spiele

- Um die Zeit- und Erfahrungsaspekte mit einzubringen, kann man die Spiele mehrfach spielen lassen.
- Also z.B. 10 Runden des Gefangenendilemmas hintereinander spielen.
- Was wäre ein Nash-Equilibrium für dieses neue Spiel?
  - Im letzten Spiel ist das einzige NE das bekannte (D,D).
  - Dann ist allerdings im vorletzten Spiel auch (D,D) das einzige NE ...
- Wir könnten allerdings nach jeder Runde mit einer Wahrscheinlichkeit p das Spiel beenden, dann gibt es keine letzte Runde!

Wiederholte Spiele

- Um die Zeit- und Erfahrungsaspekte mit einzubringen, kann man die Spiele mehrfach spielen lassen.
- Also z.B. 10 Runden des Gefangenendilemmas hintereinander spielen.
- Was wäre ein Nash-Equilibrium für dieses neue Spiel?
  - Im letzten Spiel ist das einzige NE das bekannte (D,D).
  - Dann ist allerdings im vorletzten Spiel auch (D,D) das einzige NE ...
- Wir könnten allerdings nach jeder Runde mit einer Wahrscheinlichkeit p das Spiel beenden, dann gibt es keine letzte Runde!
- Statt festen Nutzenwerten müssen wir jetzt den Erwartungswert des Nutzens (= erwarteten Nutzen) bestimmen.

Unsicherer Abbruch

- Wir nehmen an, dass nach jeder Runde mit einer Wahrscheinlichkeit von $0 < p < 1$ das Spiel beendet wird.

Unsicherer Abbruch

- Wir nehmen an, dass nach jeder Runde mit einer Wahrscheinlichkeit von $0 < p < 1$ das Spiel beendet wird.
- Was ist der Erwartungswert für die Anzahl der Runden?

Unsicherer Abbruch

- Wir nehmen an, dass nach jeder Runde mit einer Wahrscheinlichkeit von $0 < p < 1$ das Spiel beendet wird.
- Was ist der Erwartungswert für die Anzahl der Runden?
- $1p$

Unsicherer Abbruch

- Wir nehmen an, dass nach jeder Runde mit einer Wahrscheinlichkeit von $0 < p < 1$ das Spiel beendet wird.
- Was ist der Erwartungswert für die Anzahl der Runden?
- $1p + 2(1-p)p$

Unsicherer Abbruch

- Wir nehmen an, dass nach jeder Runde mit einer Wahrscheinlichkeit von $0 < p < 1$ das Spiel beendet wird.
- Was ist der Erwartungswert für die Anzahl der Runden?
- $1p + 2(1-p)p + 3(1-p)^2 p + \ldots$

Unsicherer Abbruch

- Wir nehmen an, dass nach jeder Runde mit einer Wahrscheinlichkeit von $0 < p < 1$ das Spiel beendet wird.
- Was ist der Erwartungswert für die Anzahl der Runden?
- $1p + 2(1-p)p + 3(1-p)^2 p + \ldots = \sum_{i=1}^{\infty} ip(1-p)^{i-1} =$

Unsicherer Abbruch

UNI FREIBURG

- Wir nehmen an, dass nach jeder Runde mit einer Wahrscheinlichkeit von $0 < p < 1$ das Spiel beendet wird.
- Was ist der Erwartungswert für die Anzahl der Runden?
- $1p + 2(1-p)p + 3(1-p)^2 p + \ldots = \sum_{i=1}^{\infty} ip(1-p)^{i-1} = ?$

Unsicherer Abbruch

- Wir nehmen an, dass nach jeder Runde mit einer Wahrscheinlichkeit von $0 < p < 1$ das Spiel beendet wird.
- Was ist der Erwartungswert für die Anzahl der Runden?
- $1p + 2(1-p)p + 3(1-p)^2p + \ldots = \sum_{i=1}^{\infty} ip(1-p)^{i-1} = ?$
- Welchen erwarteten Nutzen erhält ein Spieler, wenn er in jeder Runde den konstanten Nutzen u bekommt?

Unsicherer Abbruch

- Wir nehmen an, dass nach jeder Runde mit einer Wahrscheinlichkeit von $0 < p < 1$ das Spiel beendet wird.
- Was ist der Erwartungswert für die Anzahl der Runden?
- $1p + 2(1-p)p + 3(1-p)^2p + \ldots = \sum_{i=1}^{\infty} ip(1-p)^{i-1} = ?$
- Welchen erwarteten Nutzen erhält ein Spieler, wenn er in jeder Runde den konstanten Nutzen u bekommt?
- u

Unsicherer Abbruch

- Wir nehmen an, dass nach jeder Runde mit einer Wahrscheinlichkeit von $0 < p < 1$ das Spiel beendet wird.
- Was ist der Erwartungswert für die Anzahl der Runden?
- $1p + 2(1-p)p + 3(1-p)^2p + \ldots = \sum_{i=1}^{\infty} ip(1-p)^{i-1} = ?$
- Welchen erwarteten Nutzen erhält ein Spieler, wenn er in jeder Runde den konstanten Nutzen u bekommt?
- $u + u(1-p)$

Unsicherer Abbruch

- Wir nehmen an, dass nach jeder Runde mit einer Wahrscheinlichkeit von $0 < p < 1$ das Spiel beendet wird.
- Was ist der Erwartungswert für die Anzahl der Runden?
- $1p + 2(1-p)p + 3(1-p)^2 p + \ldots = \sum_{i=1}^{\infty} ip(1-p)^{i-1} = ?$
- Welchen erwarteten Nutzen erhält ein Spieler, wenn er in jeder Runde den konstanten Nutzen u bekommt?
- $u + u(1-p) + u(1-p)^2 + \ldots$

- Wir nehmen an, dass nach jeder Runde mit einer Wahrscheinlichkeit von $0 < p < 1$ das Spiel beendet wird.
- Was ist der Erwartungswert für die Anzahl der Runden?
- $1p + 2(1-p)p + 3(1-p)^2p + \ldots = \sum_{i=1}^{\infty} ip(1-p)^{i-1} = ?$
- Welchen erwarteten Nutzen erhält ein Spieler, wenn er in jeder Runde den konstanten Nutzen u bekommt?
- $u + u(1-p) + u(1-p)^2 + \ldots = \sum_{i=0}^{\infty} u(1-p)^i =$

Unsicherer Abbruch

- Wir nehmen an, dass nach jeder Runde mit einer Wahrscheinlichkeit von $0 < p < 1$ das Spiel beendet wird.
- Was ist der Erwartungswert für die Anzahl der Runden?
- $1p + 2(1-p)p + 3(1-p)^2 p + \ldots = \sum_{i=1}^{\infty} ip(1-p)^{i-1} = ?$
- Welchen erwarteten Nutzen erhält ein Spieler, wenn er in jeder Runde den konstanten Nutzen u bekommt?
- $u + u(1-p) + u(1-p)^2 + \ldots = \sum_{i=0}^{\infty} u(1-p)^i = ?$

Unsicherer Abbruch

- Wir nehmen an, dass nach jeder Runde mit einer Wahrscheinlichkeit von $0 < p < 1$ das Spiel beendet wird.
- Was ist der Erwartungswert für die Anzahl der Runden?
- $1p + 2(1-p)p + 3(1-p)^2 p + \ldots = \sum_{i=1}^{\infty} ip(1-p)^{i-1} = ?$
- Welchen erwarteten Nutzen erhält ein Spieler, wenn er in jeder Runde den konstanten Nutzen u bekommt?
- $u + u(1-p) + u(1-p)^2 + \ldots = \sum_{i=0}^{\infty} u(1-p)^i = ?$
- Dazu müssen wir wissen, welchen Wert die unendlichen Reihen $\sum_{i=1}^{\infty} ix^i$ und $\sum_{i=0}^{\infty} x^i$ (für $|x| < 1$) haben.

Zwei wichtige Reihen

Für $0 < x < 1$:

$$s = 1 + x + x^2 + \ldots$$

Was ist Spieltheorie?
Strategische Spiele
Wiederholte strategische Spiele
Wiederholte Spiele mit unsicherem Abbruch
Strategien = Moore-Automaten
Alternative Nash-Equilibria
Welche Strategie ist die Beste?
Zusammenfassung & Ausblick

Zwei wichtige Reihen

Für $0 < x < 1$:

$$\begin{aligned} s &= 1 + x + x^2 + \ldots \\ &= 1 + x(1 + x + x^2 + \ldots) \quad (x \text{ ausgeklammert}) \end{aligned}$$

Zwei wichtige Reihen

Für $0 < x < 1$:

$$
\begin{aligned}
s &= 1 + x + x^2 + \dots \\
  &= 1 + x(1 + x + x^2 + \dots) && (x \text{ ausgeklammert}) \\
  &= 1 + xs && (s \text{ eingesetzt})
\end{aligned}
$$

Zwei wichtige Reihen

Für $0 < x < 1$:

$$
\begin{aligned}
s &= 1 + x + x^2 + \ldots \\
&= 1 + x(1 + x + x^2 + \ldots) && (x \text{ ausgeklammert}) \\
&= 1 + xs && (s \text{ eingesetzt}) \\
(1 - x)s &= 1 && (-xs \text{ und } s \text{ ausgeklammert})
\end{aligned}
$$

Zwei wichtige Reihen

Für $0 < x < 1$:

$$
\begin{aligned}
s &= 1 + x + x^2 + \ldots \\
&= 1 + x(1 + x + x^2 + \ldots) && (x \text{ ausgeklammert}) \\
&= 1 + xs && (s \text{ eingesetzt}) \\
(1 - x)s &= 1 && (-xs \text{ und } s \text{ ausgeklammert}) \\
s &= \frac{1}{(1-x)} && (\text{durch } (1-x) \text{ geteilt})
\end{aligned}
$$

Zwei wichtige Reihen

Für $0 < x < 1$:

$$\begin{array}{rcll}
s & = & 1 + x + x^2 + \ldots & \\
 & = & 1 + x(1 + x + x^2 + \ldots) & (x \text{ ausgeklammert}) \\
 & = & 1 + xs & (s \text{ eingesetzt}) \\
(1-x)s & = & 1 & (-xs \text{ und } s \text{ ausgeklammert}) \\
s & = & \frac{1}{(1-x)} & (\text{durch } (1-x) \text{ geteilt}) \\
\sum_{i=0}^{\infty} x^i & = & \frac{1}{(1-x)} &
\end{array}$$

Zwei wichtige Reihen

Für $0 < x < 1$:

$$
\begin{array}{rcll}
s & = & 1 + x + x^2 + \ldots & \\
 & = & 1 + x(1 + x + x^2 + \ldots) & (x \text{ ausgeklammert}) \\
 & = & 1 + xs & (s \text{ eingesetzt}) \\
(1-x)s & = & 1 & (-xs \text{ und } s \text{ ausgeklammert}) \\
s & = & \frac{1}{(1-x)} & (\text{durch } (1-x) \text{ geteilt}) \\
\sum_{i=0}^{\infty} x^i & = & \frac{1}{(1-x)} & \\
\sum_{i=0}^{\infty} i x^{i-1} & = & \frac{1}{(1-x)^2} & (\text{auf beiden Seiten differenzieren})
\end{array}
$$

Zwei wichtige Reihen

Für $0 < x < 1$:

$$
\begin{array}{rcll}
s & = & 1 + x + x^2 + \ldots & \\
 & = & 1 + x(1 + x + x^2 + \ldots) & (x \text{ ausgeklammert}) \\
 & = & 1 + xs & (s \text{ eingesetzt}) \\
(1-x)s & = & 1 & (-xs \text{ und } s \text{ ausgeklammert}) \\
s & = & \frac{1}{(1-x)} & (\text{durch } (1-x) \text{ geteilt}) \\
\sum_{i=0}^{\infty} x^i & = & \frac{1}{(1-x)} & \\
\sum_{i=0}^{\infty} ix^{i-1} & = & \frac{1}{(1-x)^2} & (\text{auf beiden Seiten differenzieren}) \\
\sum_{i=1}^{\infty} ix^i & = & \frac{x}{(1-x)^2} & (\text{mit } x \text{ multiplizieren})
\end{array}
$$

Erwartete Spiellänge

$\sum_{i=1}^{\infty} ix^i = \frac{x}{(1-x)^2}$ angewandt auf die erwartete Spiellänge:

$$\sum_{i=1}^{\infty} ip(1-p)^{i-1} \quad =$$

Erwartete Spiellänge

$\sum_{i=1}^{\infty} ix^i = \frac{x}{(1-x)^2}$ angewandt auf die erwartete Spiellänge:

$$\sum_{i=1}^{\infty} ip(1-p)^{i-1} = \frac{p}{1-p}\sum_{i=1}^{\infty} i(1-p)^i$$

Erwartete Spiellänge

$\sum_{i=1}^{\infty} ix^i = \frac{x}{(1-x)^2}$ angewandt auf die erwartete Spiellänge:

$$\begin{aligned}\sum_{i=1}^{\infty} ip(1-p)^{i-1} &= \frac{p}{1-p}\sum_{i=1}^{\infty} i(1-p)^i \\ &= \frac{p}{(1-p)} \cdot \frac{(1-p)}{(1-(1-p))^2}\end{aligned}$$

Erwartete Spiellänge

$\sum_{i=1}^{\infty} ix^i = \frac{x}{(1-x)^2}$ angewandt auf die erwartete Spiellänge:

$$
\begin{aligned}
\sum_{i=1}^{\infty} ip(1-p)^{i-1} &= \frac{p}{1-p}\sum_{i=1}^{\infty} i(1-p)^i \\
&= \frac{p}{(1-p)} \cdot \frac{(1-p)}{(1-(1-p))^2} \\
&= \frac{p}{(1-p)} \cdot \frac{(1-p)}{p^2}
\end{aligned}
$$

Erwartete Spiellänge

$\sum_{i=1}^{\infty} ix^i = \frac{x}{(1-x)^2}$ angewandt auf die erwartete Spiellänge:

$$\begin{aligned}
\sum_{i=1}^{\infty} ip(1-p)^{i-1} &= \frac{p}{1-p}\sum_{i=1}^{\infty} i(1-p)^i \\
&= \frac{p}{(1-p)} \cdot \frac{(1-p)}{(1-(1-p))^2} \\
&= \frac{p}{(1-p)} \cdot \frac{(1-p)}{p^2} \\
&= \frac{1}{p}
\end{aligned}$$

Erwartete Spiellänge

$\sum_{i=1}^{\infty} ix^i = \frac{x}{(1-x)^2}$ angewandt auf die erwartete Spiellänge:

$$\begin{aligned}
\sum_{i=1}^{\infty} ip(1-p)^{i-1} &= \frac{p}{1-p}\sum_{i=1}^{\infty} i(1-p)^i \\
&= \frac{p}{(1-p)} \cdot \frac{(1-p)}{(1-(1-p))^2} \\
&= \frac{p}{(1-p)} \cdot \frac{(1-p)}{p^2} \\
&= \frac{1}{p}
\end{aligned}$$

Z.B. für $p = 1/10$ ist die erwartete Spiellänge 10.

Erwarteter Nutzen

$\sum_{i=0}^{\infty} x^i = \frac{1}{(1-x)}$ angewandt auf den erwarteten Nutzen:

$$\sum_{i=0}^{\infty} u(1-p)^i \quad =$$

Erwarteter Nutzen

$\sum_{i=0}^{\infty} x^i = \frac{1}{(1-x)}$ angewandt auf den erwarteten Nutzen:

$$\sum_{i=0}^{\infty} u(1-p)^i \quad = \quad u \sum_{i=0}^{\infty} (1-p)^i$$

Erwarteter Nutzen

$\sum_{i=0}^{\infty} x^i = \frac{1}{(1-x)}$ angewandt auf den erwarteten Nutzen:

$$\begin{aligned}\sum_{i=0}^{\infty} u(1-p)^i &= u\sum_{i=0}^{\infty}(1-p)^i \\ &= u\frac{1}{1-(1-p)}\end{aligned}$$

Erwarteter Nutzen

$\sum_{i=0}^{\infty} x^i = \frac{1}{(1-x)}$ angewandt auf den erwarteten Nutzen:

$$\begin{aligned}
\sum_{i=0}^{\infty} u(1-p)^i &= u\sum_{i=0}^{\infty}(1-p)^i \\
&= u\frac{1}{1-(1-p)} \\
&= \frac{u}{p}
\end{aligned}$$

Erwarteter Nutzen

$\sum_{i=0}^{\infty} x^i = \frac{1}{(1-x)}$ angewandt auf den erwarteten Nutzen:

$$\begin{aligned}\sum_{i=0}^{\infty} u(1-p)^i &= u\sum_{i=0}^{\infty}(1-p)^i \\ &= u\frac{1}{1-(1-p)} \\ &= \frac{u}{p}\end{aligned}$$

Z.B. für $p = 1/10$ und $u = 4$ ist dann der erwartete Nutzen: 40.

Strategien in wiederholten Spielen

- Wie kann man bei wiederholten Spielen Strategien formulieren?

Strategien in wiederholten Spielen

- Wie kann man bei wiederholten Spielen Strategien formulieren?
- Diese müssen potentiell unendlich sein.

Strategien in wiederholten Spielen

- Wie kann man bei wiederholten Spielen Strategien formulieren?
- Diese müssen potentiell unendlich sein.
- Endliche Automaten mit Ausgabe (= Moore-Automaten) wären da eine Möglichkeit:

Strategien in wiederholten Spielen

- Wie kann man bei wiederholten Spielen Strategien formulieren?
- Diese müssen potentiell unendlich sein.
- Endliche Automaten mit Ausgabe (= Moore-Automaten) wären da eine Möglichkeit:
  - *Unkooperativ:* Egal was der andere gespielt hat, spiele immer *D*.

Strategien in wiederholten Spielen

- Wie kann man bei wiederholten Spielen Strategien formulieren?
- Diese müssen potentiell unendlich sein.
- Endliche Automaten mit Ausgabe (= Moore-Automaten) wären da eine Möglichkeit:
  - *Unkooperativ:* Egal was der andere gespielt hat, spiele immer *D*.
  - *Kooperativ:* Egal was der andere gespielt hat, spiele immer *C*.

Strategien in wiederholten Spielen

- Wie kann man bei wiederholten Spielen Strategien formulieren?
- Diese müssen potentiell unendlich sein.
- Endliche Automaten mit Ausgabe (= Moore-Automaten) wären da eine Möglichkeit:
  - *Unkooperativ:* Egal was der andere gespielt hat, spiele immer D.
  - *Kooperativ:* Egal was der andere gespielt hat, spiele immer C.
  - *Grimmig:* Spiele C bis der andere das erste Mal D spielt, dann spiele immer D.

Strategien in wiederholten Spielen

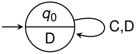
- Wie kann man bei wiederholten Spielen Strategien formulieren?
- Diese müssen potentiell unendlich sein.
- Endliche Automaten mit Ausgabe (= Moore-Automaten) wären da eine Möglichkeit:
  - *Unkooperativ:* Egal was der andere gespielt hat, spiele immer D.
  - *Kooperativ:* Egal was der andere gespielt hat, spiele immer C.
  - *Grimmig:* Spiele C bis der andere das erste Mal D spielt, dann spiele immer D.
  - *Tit-for-tat:* Spiele anfangs C und antworte dann auf jedes D mit D und auf C mit C.

Strategien in wiederholten Spielen

- Wie kann man bei wiederholten Spielen Strategien formulieren?
- Diese müssen potentiell unendlich sein.
- Endliche Automaten mit Ausgabe (= Moore-Automaten) wären da eine Möglichkeit:
  - *Unkooperativ:* Egal was der andere gespielt hat, spiele immer D.
  - *Kooperativ:* Egal was der andere gespielt hat, spiele immer C.
  - *Grimmig:* Spiele C bis der andere das erste Mal D spielt, dann spiele immer D.
  - *Tit-for-tat:* Spiele anfangs C und antworte dann auf jedes D mit D und auf C mit C.
  - *Bipolar/Troll:* Startend mit D, spiele abwechselnd C und D.

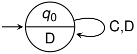
Strategien als Automaten

Unkooperativ

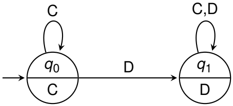


Strategien als Automaten

Unkooperativ

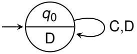


Grimmig

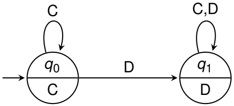


Strategien als Automaten

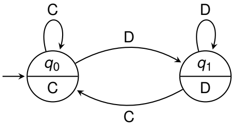
Unkooperativ



Grimmig

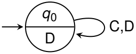


Tit-for-tat

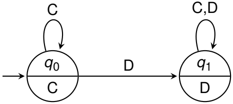


Strategien als Automaten

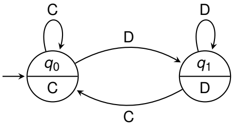
Unkooperativ



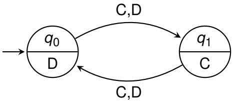
Grimmig



Tit-for-tat



Bipolar



Spielverläufe

Spieler 1 spielt Tit-for-tat, Spielerin 2 spielt bipolar. 4 Runden.

Runde	Aktionen	Nutzen	Akkumuliert

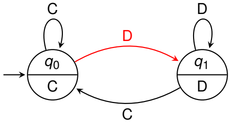
Spielverläufe

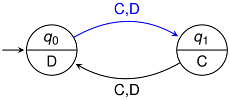
Spieler 1 spielt Tit-for-tat, Spielerin 2 spielt bipolar. 4 Runden.

Runde	Aktionen	Nutzen	Akkumuliert
1	(C,D)	(0,4)	(0,4)

Spielverläufe

Spieler 1 spielt Tit-for-tat, Spielerin 2 spielt bipolar. 4 Runden.

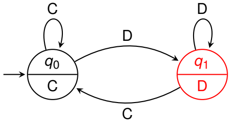


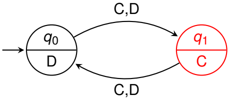


Runde	Aktionen	Nutzen	Akkumuliert
1	(C,D)	(0,4)	(0,4)

Spielverläufe

Spieler 1 spielt Tit-for-tat, Spielerin 2 spielt bipolar. 4 Runden.

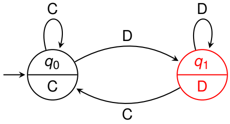


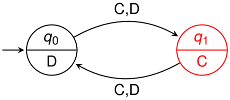


Runde	Aktionen	Nutzen	Akkumuliert
1	(C,D)	(0,4)	(0,4)

Spielverläufe

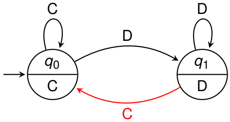
Spieler 1 spielt Tit-for-tat, Spielerin 2 spielt bipolar. 4 Runden.

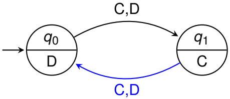




Runde	Aktionen	Nutzen	Akkumuliert
1	(C,D)	(0,4)	(0,4)
2	(D,C)	(4,0)	(4,4)

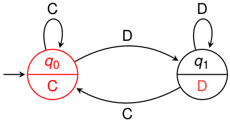
Spieler 1 spielt Tit-for-tat, Spielerin 2 spielt bipolar. 4 Runden.

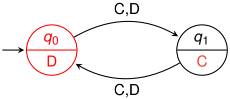




Runde	Aktionen	Nutzen	Akkumuliert
1	(C,D)	(0,4)	(0,4)
2	(D,C)	(4,0)	(4,4)

Spieler 1 spielt Tit-for-tat, Spielerin 2 spielt bipolar. 4 Runden.

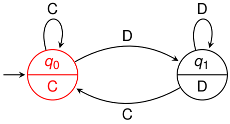


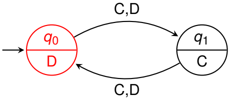


Runde	Aktionen	Nutzen	Akkumuliert
1	(C,D)	(0,4)	(0,4)
2	(D,C)	(4,0)	(4,4)

Spielverläufe

Spieler 1 spielt Tit-for-tat, Spielerin 2 spielt bipolar. 4 Runden.

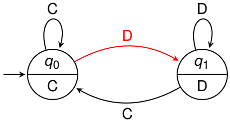


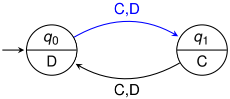


Runde	Aktionen	Nutzen	Akkumuliert
1	(C,D)	(0,4)	(0,4)
2	(D,C)	(4,0)	(4,4)
3	(C,D)	(0,4)	(4,8)

Spielverläufe

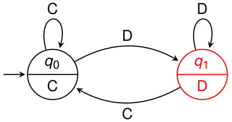
Spieler 1 spielt Tit-for-tat, Spielerin 2 spielt bipolar. 4 Runden.

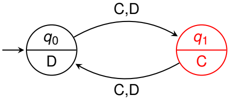




Runde	Aktionen	Nutzen	Akkumuliert
1	(C,D)	(0,4)	(0,4)
2	(D,C)	(4,0)	(4,4)
3	(C,D)	(0,4)	(4,8)

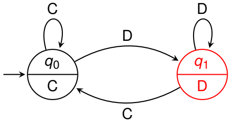
Spieler 1 spielt Tit-for-tat, Spielerin 2 spielt bipolar. 4 Runden.

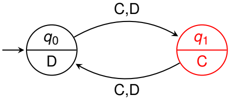




Runde	Aktionen	Nutzen	Akkumuliert
1	(C,D)	(0,4)	(0,4)
2	(D,C)	(4,0)	(4,4)
3	(C,D)	(0,4)	(4,8)

Spieler 1 spielt Tit-for-tat, Spielerin 2 spielt bipolar. 4 Runden.

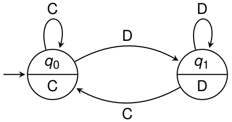


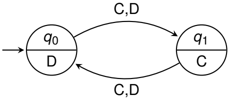


Runde	Aktionen	Nutzen	Akkumuliert
1	(C,D)	(0,4)	(0,4)
2	(D,C)	(4,0)	(4,4)
3	(C,D)	(0,4)	(4,8)
4	(D,C)	(4,0)	(8,8)

Spielverläufe

Spieler 1 spielt Tit-for-tat, Spielerin 2 spielt bipolar. 4 Runden.





Runde	Aktionen	Nutzen	Akkumuliert
1	(C,D)	(0,4)	(0,4)
2	(D,C)	(4,0)	(4,4)
3	(C,D)	(0,4)	(4,8)
4	(D,C)	(4,0)	(8,8)

Nash-Equilibria für das wiederholte Gefangenendilemma

- Die Kombination (Unkooperativ,Unkooperativ) ist ein Nash-Equilibrium:

Nash-Equilibria für das wiederholte Gefangenendilemma

- Die Kombination (Unkooperativ,Unkooperativ) ist ein Nash-Equilibrium:
  - Spielverlauf: (D,D), (D,D), ...

Nash-Equilibria für das wiederholte Gefangenendilemma

- Die Kombination (Unkooperativ,Unkooperativ) ist ein Nash-Equilibrium:
  - Spielverlauf: (D,D), (D,D), ...
  - Erwarteter Nutzen: (1/p,1/p)

Nash-Equilibria für das wiederholte Gefangenendilemma

- Die Kombination (Unkooperativ,Unkooperativ) ist ein Nash-Equilibrium:
  - Spielverlauf: (D,D), (D,D), …
  - Erwarteter Nutzen: (1/p,1/p)
  - Kann ein Spieler sich durch Abweichung von der unkooperativen Strategie verbessern?

Nash-Equilibria für das wiederholte Gefangenendilemma

- Die Kombination (Unkooperativ,Unkooperativ) ist ein Nash-Equilibrium:
  - Spielverlauf: (D,D), (D,D), ...
  - Erwarteter Nutzen: (1/p,1/p)
  - Kann ein Spieler sich durch Abweichung von der unkooperativen Strategie verbessern?
  - Weicht ein Spieler (z.B. Spieler 1) in einer Runde ab, so verliert er einen Nutzenpunkt.

Nash-Equilibria für das wiederholte Gefangenendilemma

- Die Kombination (Unkooperativ,Unkooperativ) ist ein Nash-Equilibrium:
  - Spielverlauf: (D,D), (D,D), …
  - Erwarteter Nutzen: (1/p,1/p)
  - Kann ein Spieler sich durch Abweichung von der unkooperativen Strategie verbessern?
  - Weicht ein Spieler (z.B. Spieler 1) in einer Runde ab, so verliert er einen Nutzenpunkt.
- Aber es gibt jetzt auch alternative NE.

Nash-Equilibria für das wiederholte Gefangenendilemma

- Die Kombination (Unkooperativ,Unkooperativ) ist ein Nash-Equilibrium:
  - Spielverlauf: (D,D), (D,D), ...
  - Erwarteter Nutzen: (1/p,1/p)
  - Kann ein Spieler sich durch Abweichung von der unkooperativen Strategie verbessern?
  - Weicht ein Spieler (z.B. Spieler 1) in einer Runde ab, so verliert er einen Nutzenpunkt.
- Aber es gibt jetzt auch alternative NE.
- Die Kombination (Grimmig, Grimmig) sieht sehr viel versprechend aus.

Nash-Equilibria für das wiederholte Gefangenendilemma

- Die Kombination (Unkooperativ,Unkooperativ) ist ein Nash-Equilibrium:
  - Spielverlauf: (D,D), (D,D), ...
  - Erwarteter Nutzen: (1/p,1/p)
  - Kann ein Spieler sich durch Abweichung von der unkooperativen Strategie verbessern?
  - Weicht ein Spieler (z.B. Spieler 1) in einer Runde ab, so verliert er einen Nutzenpunkt.
- Aber es gibt jetzt auch alternative NE.
- Die Kombination (Grimmig, Grimmig) sieht sehr viel versprechend aus.
- Erwarteter Nutzen von (Grimmig, Grimmig) ist $(3/p, 3/p)$.

Nash-Equilibria für das wiederholte Gefangenendilemma

- Die Kombination (Unkooperativ,Unkooperativ) ist ein Nash-Equilibrium:
  - Spielverlauf: (D,D), (D,D), ...
  - Erwarteter Nutzen: (1/p,1/p)
  - Kann ein Spieler sich durch Abweichung von der unkooperativen Strategie verbessern?
  - Weicht ein Spieler (z.B. Spieler 1) in einer Runde ab, so verliert er einen Nutzenpunkt.
- Aber es gibt jetzt auch alternative NE.
- Die Kombination (Grimmig, Grimmig) sieht sehr viel versprechend aus.
- Erwarteter Nutzen von (Grimmig, Grimmig) ist $(3/p, 3/p)$.
- Kann ein Spieler durch Abweichung seinen Nutzen steigern?

Ist eine Abweichung von (Grimmig, Grimmig) sinnvoll?

- Die Strategiekombination (Grimmig,Grimmig) führt zu dem Spielverlauf $(C,C),(C,C),(C,C),\ldots$

UNI FREIBURG

Ist eine Abweichung von (Grimmig, Grimmig) sinnvoll?

- Die Strategiekombination (Grimmig,Grimmig) führt zu dem Spielverlauf $(C,C),(C,C),(C,C),\ldots$
- Kann Spielerin 2 abweichen um einen höheren Nutzenwert zu erhalten?

Ist eine Abweichung von (Grimmig, Grimmig) sinnvoll?

- Die Strategiekombination (Grimmig,Grimmig) führt zu dem Spielverlauf $(C,C),(C,C),(C,C),\ldots$
- Kann Spielerin 2 abweichen um einen höheren Nutzenwert zu erhalten?
- Wenn sie in der Runde k auf D abweicht, muss sie danach immer D spielen, ansonsten verschenkt sie Punkte.

Ist eine Abweichung von (Grimmig, Grimmig) sinnvoll?

- Die Strategiekombination (Grimmig,Grimmig) führt zu dem Spielverlauf $(C,C),(C,C),(C,C),\ldots$
- Kann Spielerin 2 abweichen um einen höheren Nutzenwert zu erhalten?
- Wenn sie in der Runde k auf D abweicht, muss sie danach immer D spielen, ansonsten verschenkt sie Punkte.
- Wie hoch ist die erwartete Nutzensteigerung ab Schritt k?

Ist eine Abweichung von (Grimmig, Grimmig) sinnvoll?

- Die Strategiekombination (Grimmig,Grimmig) führt zu dem Spielverlauf $(C,C),(C,C),(C,C),\ldots$
- Kann Spielerin 2 abweichen um einen höheren Nutzenwert zu erhalten?
- Wenn sie in der Runde k auf D abweicht, muss sie danach immer D spielen, ansonsten verschenkt sie Punkte.
- Wie hoch ist die erwartete Nutzensteigerung ab Schritt k?

$$+1$$

Ist eine Abweichung von (Grimmig, Grimmig) sinnvoll?

- Die Strategiekombination (Grimmig,Grimmig) führt zu dem Spielverlauf $(C,C),(C,C),(C,C),\ldots$
- Kann Spielerin 2 abweichen um einen höheren Nutzenwert zu erhalten?
- Wenn sie in der Runde k auf D abweicht, muss sie danach immer D spielen, ansonsten verschenkt sie Punkte.
- Wie hoch ist die erwartete Nutzensteigerung ab Schritt k?

$$+1-2\cdot(1-p)$$

Ist eine Abweichung von (Grimmig, Grimmig) sinnvoll?

- Die Strategiekombination (Grimmig,Grimmig) führt zu dem Spielverlauf $(C,C),(C,C),(C,C),\ldots$
- Kann Spielerin 2 abweichen um einen höheren Nutzenwert zu erhalten?
- Wenn sie in der Runde k auf D abweicht, muss sie danach immer D spielen, ansonsten verschenkt sie Punkte.
- Wie hoch ist die erwartete Nutzensteigerung ab Schritt k?

$$+1 - 2\cdot(1-p) - 2\cdot(1-p)^2 - \ldots$$

Ist eine Abweichung von (Grimmig, Grimmig) sinnvoll?

- Die Strategiekombination (Grimmig,Grimmig) führt zu dem Spielverlauf $(C,C),(C,C),(C,C),\ldots$
- Kann Spielerin 2 abweichen um einen höheren Nutzenwert zu erhalten?
- Wenn sie in der Runde k auf D abweicht, muss sie danach immer D spielen, ansonsten verschenkt sie Punkte.
- Wie hoch ist die erwartete Nutzensteigerung ab Schritt k?

$$+1 - 2\cdot(1-p) - 2\cdot(1-p)^2 - \ldots \quad =$$

Ist eine Abweichung von (Grimmig, Grimmig) sinnvoll?

- Die Strategiekombination (Grimmig,Grimmig) führt zu dem Spielverlauf $(C,C),(C,C),(C,C),\ldots$
- Kann Spielerin 2 abweichen um einen höheren Nutzenwert zu erhalten?
- Wenn sie in der Runde k auf D abweicht, muss sie danach immer D spielen, ansonsten verschenkt sie Punkte.
- Wie hoch ist die erwartete Nutzensteigerung ab Schritt k?

$$+1 - 2\cdot(1-p) - 2\cdot(1-p)^2 - \ldots \quad = \quad 1 - 2\cdot\sum_{i=1}^{\infty}(1-p)^i$$

Ist eine Abweichung von (Grimmig, Grimmig) sinnvoll?

- Die Strategiekombination (Grimmig,Grimmig) führt zu dem Spielverlauf $(C,C),(C,C),(C,C),\ldots$
- Kann Spielerin 2 abweichen um einen höheren Nutzenwert zu erhalten?
- Wenn sie in der Runde k auf D abweicht, muss sie danach immer D spielen, ansonsten verschenkt sie Punkte.
- Wie hoch ist die erwartete Nutzensteigerung ab Schritt k?

$$
\begin{aligned}
+1-2\cdot(1-p)-2\cdot(1-p)^2-\ldots &= 1-2\cdot\textstyle\sum_{i=1}^{\infty}(1-p)^i\\
&= 3-2\cdot\textstyle\sum_{i=0}^{\infty}(1-p)^i
\end{aligned}
$$

UNI FREIBURG

Ist eine Abweichung von (Grimmig, Grimmig) sinnvoll?

- Die Strategiekombination (Grimmig,Grimmig) führt zu dem Spielverlauf $(C,C),(C,C),(C,C),\ldots$
- Kann Spielerin 2 abweichen um einen höheren Nutzenwert zu erhalten?
- Wenn sie in der Runde k auf D abweicht, muss sie danach immer D spielen, ansonsten verschenkt sie Punkte.
- Wie hoch ist die erwartete Nutzensteigerung ab Schritt k?

$$
\begin{aligned}
+1-2\cdot(1-p)-2\cdot(1-p)^2-\ldots &= 1-2\cdot\textstyle\sum_{i=1}^{\infty}(1-p)^i \\
&= 3-2\cdot\textstyle\sum_{i=0}^{\infty}(1-p)^i \\
&= 3-2\cdot\frac{1}{1-(1-p)}
\end{aligned}
$$

Ist eine Abweichung von (Grimmig, Grimmig) sinnvoll?

- Die Strategiekombination (Grimmig,Grimmig) führt zu dem Spielverlauf $(C,C),(C,C),(C,C),\ldots$
- Kann Spielerin 2 abweichen um einen höheren Nutzenwert zu erhalten?
- Wenn sie in der Runde k auf D abweicht, muss sie danach immer D spielen, ansonsten verschenkt sie Punkte.
- Wie hoch ist die erwartete Nutzensteigerung ab Schritt k?

$$\begin{aligned}
+1-2\cdot(1-p)-2\cdot(1-p)^2-\ldots &= 1-2\cdot\sum_{i=1}^{\infty}(1-p)^i \\
&= 3-2\cdot\sum_{i=0}^{\infty}(1-p)^i \\
&= 3-2\cdot\frac{1}{1-(1-p)} \\
&= 3-\frac{2}{p}
\end{aligned}$$

Ist eine Abweichung von (Grimmig, Grimmig) sinnvoll?

- Die Strategiekombination (Grimmig,Grimmig) führt zu dem Spielverlauf $(C,C),(C,C),(C,C),\ldots$
- Kann Spielerin 2 abweichen um einen höheren Nutzenwert zu erhalten?
- Wenn sie in der Runde k auf D abweicht, muss sie danach immer D spielen, ansonsten verschenkt sie Punkte.
- Wie hoch ist die erwartete Nutzensteigerung ab Schritt k?

$$
\begin{aligned}
+1-2\cdot(1-p)-2\cdot(1-p)^2-\ldots &= 1-2\cdot\sum_{i=1}^{\infty}(1-p)^i \\
&= 3-2\cdot\sum_{i=0}^{\infty}(1-p)^i \\
&= 3-2\cdot\frac{1}{1-(1-p)} \\
&= 3-\frac{2}{p}
\end{aligned}
$$

- Falls $p=\frac{2}{3}$ oder kleiner ist, gibt es keinen Nutzenzuwachs.

Ist eine Abweichung von (Grimmig, Grimmig) sinnvoll?

- Die Strategiekombination (Grimmig,Grimmig) führt zu dem Spielverlauf $(C,C),(C,C),(C,C),\ldots$
- Kann Spielerin 2 abweichen um einen höheren Nutzenwert zu erhalten?
- Wenn sie in der Runde k auf D abweicht, muss sie danach immer D spielen, ansonsten verschenkt sie Punkte.
- Wie hoch ist die erwartete Nutzensteigerung ab Schritt k?

$$\begin{aligned}
+1-2\cdot(1-p)-2\cdot(1-p)^2-\ldots &= 1-2\cdot\textstyle\sum_{i=1}^{\infty}(1-p)^i \\
&= 3-2\cdot\textstyle\sum_{i=0}^{\infty}(1-p)^i \\
&= 3-2\cdot\frac{1}{1-(1-p)} \\
&= 3-\frac{2}{p}
\end{aligned}$$

- Falls $p=\frac{2}{3}$ oder kleiner ist, gibt es keinen Nutzenzuwachs.
- $(Grimmig, Grimmig)$ ist damit ein NE für $p \leq \frac{2}{3}$.

Tit-for-tat führt auch zu einem Nash-Equilibrium

- Spielverlauf für (Tit-for-tat, Tit-for-tat) genauso wie für (Grimmig, Grimmig).

Tit-for-tat führt auch zu einem Nash-Equilibrium

- Spielverlauf für (Tit-for-tat, Tit-for-tat) genauso wie für (Grimmig, Grimmig).
- Wir betrachten den Fall, dass ein Spieler in der Runde k einmal nach D wechselt und danach wieder C spielt.

Tit-for-tat führt auch zu einem Nash-Equilibrium

- Spielverlauf für (Tit-for-tat, Tit-for-tat) genauso wie für (Grimmig, Grimmig).
- Wir betrachten den Fall, dass ein Spieler in der Runde k einmal nach D wechselt und danach wieder C spielt.
- Nutzensteigerung im Schritt k:

$$+1 - 2(1-p) \quad = \quad 2p - 1$$

Tit-for-tat führt auch zu einem Nash-Equilibrium

- Spielverlauf für (Tit-for-tat, Tit-for-tat) genauso wie für (Grimmig, Grimmig).
- Wir betrachten den Fall, dass ein Spieler in der Runde k einmal nach D wechselt und danach wieder C spielt.
- Nutzensteigerung im Schritt k:

$$+1 - 2(1-p) \quad = \quad 2p - 1$$

- D.h. für alle $p \leq 1/2$ gibt es keine Nutzensteigerung.

Tit-for-tat führt auch zu einem Nash-Equilibrium

- Spielverlauf für (Tit-for-tat, Tit-for-tat) genauso wie für (Grimmig, Grimmig).
- Wir betrachten den Fall, dass ein Spieler in der Runde k einmal nach D wechselt und danach wieder C spielt.
- Nutzensteigerung im Schritt k:

$$+1 - 2(1-p) \quad = \quad 2p - 1$$

- D.h. für alle $p \leq 1/2$ gibt es keine Nutzensteigerung.
- Wird öfter als einmal bei $p \leq 1/2$ abgewichen, kann es keine Nutzensteigerung geben.

Tit-for-tat führt auch zu einem Nash-Equilibrium

- Spielverlauf für (Tit-for-tat, Tit-for-tat) genauso wie für (Grimmig, Grimmig).
- Wir betrachten den Fall, dass ein Spieler in der Runde k einmal nach D wechselt und danach wieder C spielt.
- Nutzensteigerung im Schritt k:

$$+1-2(1-p) \quad = \quad 2p-1$$

- D.h. für alle $p \leq 1/2$ gibt es keine Nutzensteigerung.
- Wird öfter als einmal bei $p \leq 1/2$ abgewichen, kann es keine Nutzensteigerung geben.
- D.h. auch (Tit-for-tat,Tit-for-tat) ist ein Nash-Equilibrium – so lange die Abbruchwahrscheinlichkeit klein genug ist.

Und jetzt?

- Die unkooperative Strategie ist weder dominante Strategie noch ist sie die einzige Equilibriumsstrategie.

Und jetzt?

- Die unkooperative Strategie ist weder dominante Strategie noch ist sie die einzige Equilibriumsstrategie.
- D.h. es gibt rationale Kooperationsstrategien (mit höheren Auszahlungen).

Und jetzt?

- Die unkooperative Strategie ist weder dominante Strategie noch ist sie die einzige Equilibriumsstrategie.
- D.h. es gibt rationale Kooperationsstrategien (mit höheren Auszahlungen).
- Allerdings gibt es sehr viele NEs!

Und jetzt?

- Die unkooperative Strategie ist weder dominante Strategie noch ist sie die einzige Equilibriumsstrategie.
- D.h. es gibt rationale Kooperationsstrategien (mit höheren Auszahlungen).
- Allerdings gibt es sehr viele NEs!
- Welche Strategie sollte man spielen?

Und jetzt?

- Die unkooperative Strategie ist weder dominante Strategie noch ist sie die einzige Equilibriumsstrategie.
- D.h. es gibt rationale Kooperationsstrategien (mit höheren Auszahlungen).
- Allerdings gibt es sehr viele NEs!
- Welche Strategie sollte man spielen?
- Das kann man ja auch empirisch bestimmen: Sie dürfen ihre eigenen Strategien entwerfen, die dann gegeneinander im Wettkampf antreten um möglichst hohe Auszahlungen zu erhalten.

Und jetzt?

- Die unkooperative Strategie ist weder dominante Strategie noch ist sie die einzige Equilibriumsstrategie.
- D.h. es gibt rationale Kooperationsstrategien (mit höheren Auszahlungen).
- Allerdings gibt es sehr viele NEs!
- Welche Strategie sollte man spielen?
- Das kann man ja auch empirisch bestimmen: Sie dürfen ihre eigenen Strategien entwerfen, die dann gegeneinander im Wettkampf antreten um möglichst hohe Auszahlungen zu erhalten.
- Wie man einen Moore-Automat als Python-Programm realisiert, haben wir ja bereits gesehen.

Wetere Beispielstrategien

- Strenges Tit-for-tat: Bestrafe 2- oder 3-mal, bevor zur Kooperation zurück gekehrt wird.

Wetere Beispielstrategien

- Strenges Tit-for-tat: Bestrafe 2- oder 3-mal, bevor zur Kooperation zurück gekehrt wird.
- Missvertrauen: Beginne mit D und spiele dann Tit-for-tat.

Wetere Beispielstrategien

- Strenges Tit-for-tat: Bestrafe 2- oder 3-mal, bevor zur Kooperation zurück gekehrt wird.
- Missvertrauen: Beginne mit D und spiele dann Tit-for-tat.
- Majorität: Spiele den meistbenutzten Zug des Gegners (bei Gleicheit Kooperation).

Wetere Beispielstrategien

- Strenges Tit-for-tat: Bestrafe 2- oder 3-mal, bevor zur Kooperation zurück gekehrt wird.
- Missvertrauen: Beginne mit D und spiele dann Tit-for-tat.
- Majorität: Spiele den meistbenutzten Zug des Gegners (bei Gleicheit Kooperation).
- Schnorrer: Probiere irgendwann D und mache weiter damit, solange der andere C spielt, ansonsten Tit-for-Tat.

Wetere Beispielstrategien

- Strenges Tit-for-tat: Bestrafe 2- oder 3-mal, bevor zur Kooperation zurück gekehrt wird.
- Missvertrauen: Beginne mit D und spiele dann Tit-for-tat.
- Majorität: Spiele den meistbenutzten Zug des Gegners (bei Gleicheit Kooperation).
- Schnorrer: Probiere irgendwann D und mache weiter damit, solange der andere C spielt, ansonsten Tit-for-Tat.
- Spätes Abweichen: Weiche in einer sehr späten Runde ab und spiele D (in der Hoffnung, dass das die letzte Runde ist).

Wetere Beispielstrategien

- Strenges Tit-for-tat: Bestrafe 2- oder 3-mal, bevor zur Kooperation zurück gekehrt wird.
- Missvertrauen: Beginne mit D und spiele dann Tit-for-tat.
- Majorität: Spiele den meistbenutzten Zug des Gegners (bei Gleicheit Kooperation).
- Schnorrer: Probiere irgendwann D und mache weiter damit, solange der andere C spielt, ansonsten Tit-for-Tat.
- Spätes Abweichen: Weiche in einer sehr späten Runde ab und spiele D (in der Hoffnung, dass das die letzte Runde ist).
- Einige dieser Strategien sind NE, andere nicht. Aber darauf kommt es ja gar nicht an, wenn man gegen viele verschiedene Agenten spielen muss …

Zusammenfassung & Ausblick

Zusammenfassung & Ausblick

- Spieltheorie beschäftigt sich mit Entscheidungen von rationalen Agenten in Gruppen.

Zusammenfassung & Ausblick

- Spieltheorie beschäftigt sich mit Entscheidungen von rationalen Agenten in Gruppen.
- Spieltheorie ist in der Mathematik entstanden, ist mittlerweile aber ein wichtiges Werkzeug innerhalb der Informatik.

Zusammenfassung & Ausblick

- Spieltheorie beschäftigt sich mit Entscheidungen von rationalen Agenten in Gruppen.
- Spieltheorie ist in der Mathematik entstanden, ist mittlerweile aber ein wichtiges Werkzeug innerhalb der Informatik.
- Strategische Spiele sind die einfachsten Spiele, die untersucht werden.

Zusammenfassung & Ausblick

- Spieltheorie beschäftigt sich mit Entscheidungen von rationalen Agenten in Gruppen.
- Spieltheorie ist in der Mathematik entstanden, ist mittlerweile aber ein wichtiges Werkzeug innerhalb der Informatik.
- Strategische Spiele sind die einfachsten Spiele, die untersucht werden.
- Das Gefangenendilemma modelliert das Problem, dass Kooperation zwar sinnvoll ist, aber unkooperatives Verhalten höheren Nutzen bringen kann.

Zusammenfassung & Ausblick

- Spieltheorie beschäftigt sich mit Entscheidungen von rationalen Agenten in Gruppen.
- Spieltheorie ist in der Mathematik entstanden, ist mittlerweile aber ein wichtiges Werkzeug innerhalb der Informatik.
- Strategische Spiele sind die einfachsten Spiele, die untersucht werden.
- Das Gefangenendilemma modelliert das Problem, dass Kooperation zwar sinnvoll ist, aber unkooperatives Verhalten höheren Nutzen bringen kann.
- Wiederholte Spiele bringen den Aspekt von Zeit und Erfahrungen in die spieltheoretische Analyse.

Zusammenfassung & Ausblick

- Spieltheorie beschäftigt sich mit Entscheidungen von rationalen Agenten in Gruppen.
- Spieltheorie ist in der Mathematik entstanden, ist mittlerweile aber ein wichtiges Werkzeug innerhalb der Informatik.
- Strategische Spiele sind die einfachsten Spiele, die untersucht werden.
- Das Gefangenendilemma modelliert das Problem, dass Kooperation zwar sinnvoll ist, aber unkooperatives Verhalten höheren Nutzen bringen kann.
- Wiederholte Spiele bringen den Aspekt von Zeit und Erfahrungen in die spieltheoretische Analyse.
- Im wiederholten Gefangenendilemma existieren rationale Kooperationsstrategien, aber es existieren sehr viele davon.