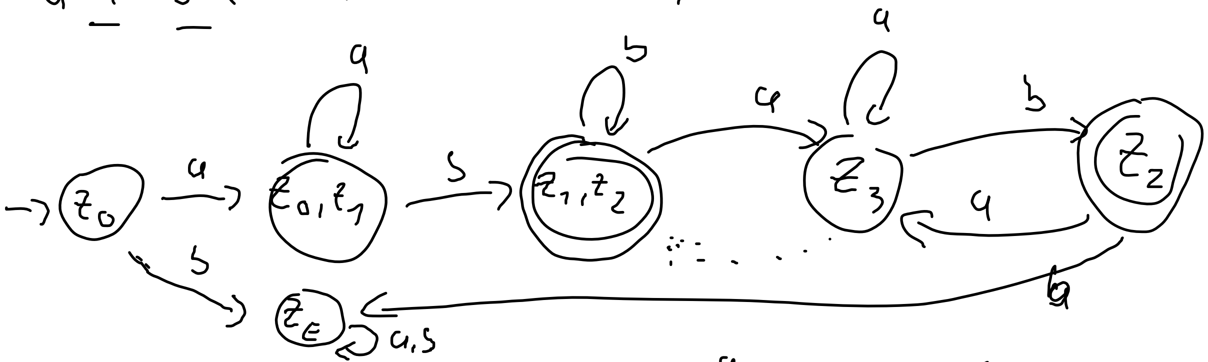
a) $a^*\underline{a}\,b^*\underline{b}\,(aa^*b)^* = a^+b^+(a^+b)^*$

b)



$z_{0,1} \equiv z_0, z_1$

	z_0	$z_{0,1}$	$z_{1,2}$	z_2	z_3	z_E
z_0						
$z_{0,1}$	O					
$z_{1,2}$	X	X				
z_2	X	X	O			
z_3	O	O	X	X		
z_E	□	O	X	X	O	

$z_0 \xrightarrow{a} z_0, z_1$ $\quad$ $z_0 \xrightarrow{b} z_E$

$z_{0,1} \xrightarrow{a} z_0, z_1$ $\quad$ $z_{0,1} \xrightarrow{b} z_1, z_2$

$z_3 \xrightarrow{a} z_3$ $\quad$ $z_3 \xrightarrow{b} z_2$

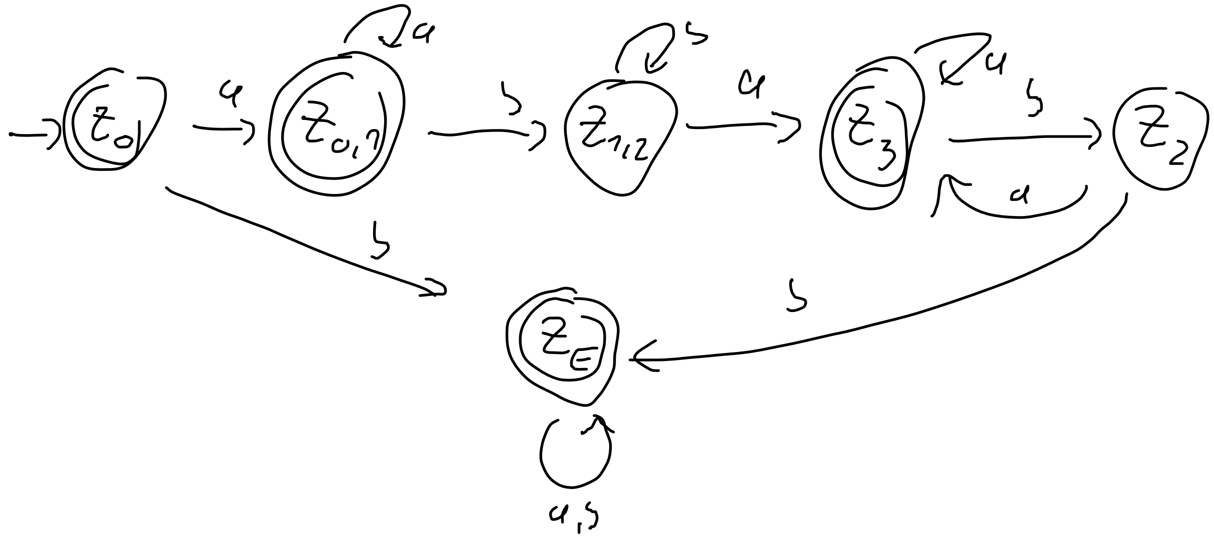
$z_E \xrightarrow{a} z_E$ $\quad$ $z_E \xrightarrow{b} z_E$

$z_{1,2} \xrightarrow{a} z_3$ $\quad$ $z_{1,2} \xrightarrow{b} z_{1,2}$

$z_2 \xrightarrow{a} z_3$ $\quad$ $z_2 \xrightarrow{b} z_E$

$\Rightarrow$ bereits Minimal

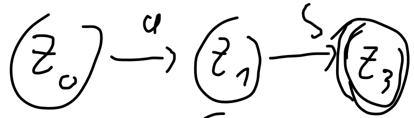
c)



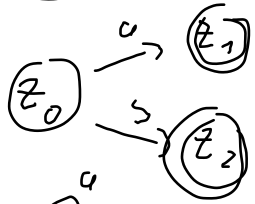
d) Reg. Ausdruck → NFA

NFA → DFA

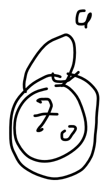
ab



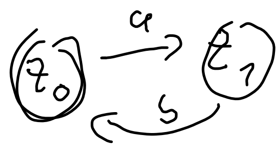
a|b



a^*



$(ab)^*$



a) Vereinigung, Konkatenation, Kleensche Hülle (Sternbildung) , $\cdot$, $*$, $\cup$

NICHT: Schnitt, Komplement

$$L_1 \cap L_2 = \overline{\overline{L_1} \cup \overline{L_2}}$$

b) $L = \{ w \in \{0,1\}^* \mid |w| \text{ ist gerade} \}$

$S \to \varepsilon$ — ε ist ableitbar

$S \to X$ — X^n ableitbar, $n \geq 0$

$X \to XX$ — Y^{2n} — " —

$X \to YY$ — $\{0,1\}^{2n}$ — " — , $n \geq 0$ $\Rightarrow L$

$Y \to 0 \mid 1$

$X \to 01 \mid 10 \mid 00 \mid 11$

$X \to 0X1 \mid 0X0 \mid \ldots$

$X \to \varepsilon$ ⚠ Falsch

$S \to XX$

$S \to YX$

$S \to aXs$

$X \to XX \mid sa \mid \varepsilon$

$L = \{ a(sa)^n s \ , n \in \mathbb{N} \} = \{ (as)^n \ , n \geq 1 \}$

$= \{ w \mid w \in \{as\}^* \}$ ↯

$L' = \{as\} \ , L = L'^+$

$S \to as \mid aXs$	$A \to a$	$A \to a$
$X \to XX \mid sa$	$B \to s$	$B \to s$
	$S \to AB \mid AXB$	$S \to AB \mid AY$
	$X \to XX \mid BA$	$Y \to XB$
		$X \to XX \mid BA$

$G_2 = \langle V_2 , \Sigma , P , S \rangle \ , V_2 = \{A, B, S, X, Y\}$

a)

NFA	DFA	✓
PDA	DPDA	✗
LBA	DLBA	?
TM	DTM	✓

b) Akzeptanz per leeren Keller

$$L(M) = \{ x \in \Sigma^* \mid (z_0, x, \#) \vdash^* (z, \varepsilon, \varepsilon),\ z \in Z \}$$

Akzeptanz per Endzustand

$$L_{(E)}(M) = \{ x \in \Sigma^* \mid (z_0, x, \#) \vdash^* (z, \varepsilon, \gamma),\ z \in E,\ \gamma \in \Gamma^* \}$$

PDAs: Akz. p. Keller u. Endzustand sind äquivalent

DPDAs: ——— " ——— nicht — " —

c) ... wenn $\forall\, x = a_1, \dots, a_{n-1}\hat{a}_n \in \Sigma^*$, u. $\forall\, \alpha z \beta$:

$$z_0 a_1 \dots a_{n-1} \hat{a}_n \vdash^* \alpha z \beta \implies |\alpha\beta| \leq n$$

d) CBA $\implies$ Typ-1

TM $\implies$ Typ-0

4) $L = \{ w c^n w \mid w \in \{a, b\}^*, n \in \mathbb{N} \}$

Ann: L regulär $\Rightarrow$ $\underline{\underline{n}} \in \mathbb{N}$, so dass $\forall x \in L, |x| \geq n$ gilt:

$\exists$ Zerlegung $x = uvw$ mit

1) $|uv| \leq n$

2) $|v| \geq 1$

3) $uv^iw \in L \quad \forall i \in \mathbb{N}$

$x = a^n c a^n \in L$

$uv = a^{|uv|}$ wg. $|uv| \leq n$

$u = a^{|u|}, v = a^{|v|}, w = a^{n-|uv|} c a^n$

$uv^iw = a^{|u|} a^{|v| \cdot i} a^{n-|uv|} c a^n = a^n a^{|v|(i-1)} c a^n \notin L \quad i > 1$, da $|v| \neq 0$

5 a) LOOP x_2 DO

LOOP x_1 DO

$x_0 := x_0 + 1$

END

END

$x_0 = x_0 + x_1$

$x_0 = x_1 \cdot x_2$

b) Primitiv-Rekursive Funktionen

c) LOOP-P.V.:

$x_i = x_j + c$

$x_i = x_j - c$

A ; B

LOOP x_i DO

A

END

WHILE

gleich

WHILE $x_i \neq 0$ DO

A

END

$x' = x_i$

WHILE $x' \neq 0$ DO

$x' = x' - 1$

A

END

$\equiv$

LOOP x_i DO

A

END

Gegenteil: Nein, denn WHILE-Prog. sind turing-vollständig

d) $L_{reg} = \{ w \in \{0,1\}^* : T(M_w) \text{ ist regulär} \}$

Satz v. Rice:

Sei $S \subseteq \mathcal{T}$ nicht-triviale Teilmenge v. turing-berechenbarer Sprachen

$L = \{ w \in \{0,1\}^* : T(M_w) \in \underline{\underline{S}} \}$ nicht entscheidbar

$S_{reg} = \{ L \mid L \text{ ist regulär} \} \subseteq \mathcal{T}$

$S_{reg} \neq \emptyset$

$S_{reg} \neq \mathcal{T}$, z.B. L aus Aufgabe 4.

$\Rightarrow L_{reg} = \{ w \in \{0,1\}^* : T(M_w) \in S_{reg} \}$ ist unentscheidbar wg. Satz v. Rice

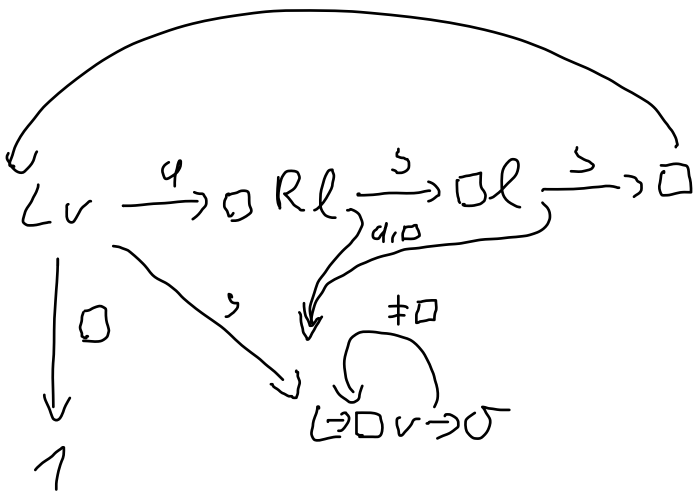
6) $L = \{ a^n b^{2n} , n \in \mathbb{N}_0 \}$

$$\chi_L(x) = \begin{cases} 1 & x \in L \\ 0 & x \notin L \end{cases}$$

5) idee: Lösche links ein a, rechts 2 bs

→ Wenn as oder bs übrig bleiben ⇒ Lösche Band u. schreibe 0

sonst ⇒ schreibe 1



2)

$L = \{ w \in \{0,1\}^* \mid M_w$ hält f. mind. 1 Eingabe $\}$

a) $L \leq H_0$ $\quad$ ~~$H_0 \leq L$~~

L $\underbrace{\text{ist reduzierbar auf}}_{\leq}$ H_0

idee: rekursive Aufzählung

c: Cantor-Funktion

$c : \mathbb{N} \times \mathbb{N} \to \mathbb{N}$, $e(c(n,k)) = n$, $f(c(n,k)) = k$

M'_w: FOR $i = 0, \dots, \infty$; DO

$n = e(i)$; $k = f(i)$

Schreibe w_n $\longleftarrow$ w_n = n-tes Wort in Σ^* nach lexikographischer Sortierung

simulieren M_w für k Schritte

M_w hält in k Schritten $\Rightarrow$ halte

Lösche Band

END;

M_w hält f. mind. eine Eingabe $\Leftrightarrow$ M'_w hält auf leeren Band

Sei w_n diese Eingabe, M_w hält nach k Schritten

$i = c(n, k)$

$L \leq H_0$ $\qquad f(w) = w'$ $\qquad$ mit $w' = \text{code}(M'_w)$

5) - L ist entscheidbar $\Rightarrow$?

- L ist rekursiv aufzählbar, denn H_0 ist rek. aufzählbar und $L \leq H_0$

- $\bar{L}$ ist semientscheidbar $\Rightarrow$?

$\bar{L}$ semientsch., da L semientsch. $\Rightarrow$ L und $\bar{L}$ entscheidbar

---

semi-entsch. $\not\Rightarrow$ entscheidbar

unentscheidbar $\not\Rightarrow$ nicht semi-entscheidbar