

**Informatik III:
Theoretische Informatik**

Prof. Bernhard Nebel
Dr. Christian Becker-Asano, Moritz Göbelbecker

Wintersemester 2012/13
Universität Freiburg
Institut für Informatik

Übungsblatt 14
Abgabe: 11. Februar 2013

Aufgabe 14.1 (Reduktion IV; 2 Punkte)

Welche der folgenden Reduktionen gelten? Beweisen Sie Ihre Behauptungen.

- (a) $\text{SAT} \leq H$
- (b) $H \leq \text{SAT}$
- (c) $\text{SAT} \leq_p H$
- (d) $H \leq_p \text{SAT}$

Hierbei bezeichnet H das allgemeine Halteproblem und SAT das Erfüllbarkeitsproblem für aussagenlogische Formeln.

Aufgabe 14.2 (Komplexitätsklasse co-NP; 3 Punkte)

Die Komplexitätsklasse co-NP ist wie folgt definiert:

$$\text{co-NP} = \{ L \subseteq \Sigma^* : \bar{L} \in \text{NP} \}.$$

Zeigen Sie, dass folgende Aussagen äquivalent sind:

1. $\text{co-NP} = \text{NP}$.
2. Es gibt eine Sprache $L \in \text{co-NP}$, die NP-vollständig ist.

Bemerkung: Die Frage, ob $\text{co-NP} = \text{NP}$ gilt, ist ein ungelöstes Problem. Sicherlich gilt dies, falls $P = \text{NP}$.

Aufgabe 14.3 (Polynomielle Reduktion, 1+3+1 Punkte)

In dieser Aufgabe betrachten wir die Probleme HITTINGSET und VERTEXCOVER.

HITTINGSET:

Gegeben: Eine Menge M , eine Menge von Teilmengen $\mathcal{S} = \{S_1, \dots, S_n\}$ von M sowie eine natürliche Zahl $k \leq |M|$.

Frage: Gibt es eine Teilmenge $T \subseteq M$ mit $|T| \leq k$, derart dass $T \cap S_i \neq \emptyset$ für jedes $i \in \{1, \dots, n\}$?

VERTEXCOVER:

Gegeben: Ein ungerichteter Graph $G = \langle V, E \rangle$ und eine natürliche Zahl k .

Frage: Besitzt G eine überdeckende Knotenmenge mit höchstens k vielen Elementen? (Eine Knotenmenge $V' \subseteq V$ bezeichnet man als *überdeckend*, falls für jede Kante $\{u, v\} \in E$ gilt $u \in V'$ oder $v \in V'$.)

- (a) Zeigen Sie, dass `HITTINGSET` in `NP` liegt.
- (b) Zeigen Sie, dass `VERTEXCOVER` \leq_p `HITTINGSET` gilt.
- (c) `VERTEXCOVER` ist `NP`-vollständig. Folgern Sie hieraus und den anderen Teilaufgaben, dass `HITTINGSET` ebenfalls `NP`-vollständig ist.

Es genügt, Laufzeitabschätzungen grob zu begründen.