

Übungsblatt 9
Abgabe: 7. Januar 2013

Aufgabe 9.1 (LOOP-berechenbare Funktionen; 3 Punkte)

Zeigen Sie, dass die zweistelligen Funktionen DIV und MOD LOOP-berechenbar sind. Hierbei bezeichne $\text{DIV}(x, y)$ den ganzzahligen Divisionsanteil, wenn man $x \in \mathbb{N}$ durch $y \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$ dividiert, und $\text{MOD}(x, y)$ den Rest (im Sinne der Aufgabe vereinbaren wir, dass für $y = 0$ beide Funktionen den Wert 0 annehmen).

Aufgabe 9.2 (Fibonacci-Folge; 3 Punkte)

Die Fibonacci-Folge ist wie folgt rekursiv definiert: $\text{fib}(0) = 0$, $\text{fib}(1) = 1$ und $\text{fib}(n) = \text{fib}(n-1) + \text{fib}(n-2)$ (für $n \geq 2$). Offensichtlich kann man fib als eine Funktion $\text{fib} : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ auffassen. Zeigen Sie auf zwei unterschiedliche Weisen, dass diese Funktion LOOP-berechenbar ist.

Aufgabe 9.3 (Addition von Binärzahlen; 4 Punkte)

Konstruieren Sie eine Mehrband-Turingmaschine über dem Eingabealphabet $\{0, 1, \#\}$, die die Addition von Binärzahlen berechnet, und geben Sie diese in Flussdiagramm-Darstellung an.

Das Ergebnis muss am Ende als einziger Inhalt auf Band 1 der TM stehen. Alle Binärzahlen außer der 0 beginnen mit einer 1. Nehmen Sie an, dass die beiden Binärzahlen in der Anfangskonfiguration auf dem ersten Band stehen und durch das Symbol $\#$ getrennt sind.

Hinweise: Versehen Sie in der auf Blatt 8 vorgestellten Flussdiagramm-Darstellung Übergänge und Teil-TM mit einem Index, der das Band bezeichnet, mit dem gearbeitet wird. Die dort eingeführten TM r , l und a kann man natürlich auch auf ein Band einschränken. Auch Lese-Übergänge können sich auf ein Zeichen nur eines Bandes beziehen, da das jeweilige andere Zeichen einfach ignoriert werden kann.

Aufgabe 9.4 (Oct. 31 == Dec. 25; 1+2+2 Punkt (Bonus-Weihnachtsaufgabe))

Vielleicht erinnern Sie sich noch an den leicht nerdigen Witz aus der Vorlesung vom 31. Oktober. Demnach ist "Oct. 31" ("Halloween") gleich "Dec. 25" ("Weihnachten"). Wir als Kller haben uns zur (Weihnachts-)Aufgabe gemacht, Turingmaschinen zu befähigen, diesen Witz nachzuvollziehen. (Und ihn dann lustig zu finden und ganz herzlich mit uns zusammen lachen zu können, aber das kommt dann vielleicht in den Vorlesungen "praktische Informatik" und "Robotik" dran.)

Sie dürfen sich über Weihnachten Bonuspunkte verdienen (und nebenbei ganz doll was lernen), indem Sie den ersten Teil dieser Mammutaufgabe einer Turingmaschine beibringen: Die Umwandlung der Oktalzahl 31 in die Dezimalzahl 25.

Klingt einfach? Ist es auch ;)

Damit wir nicht noch mehr endlose Seiten mit Flussdiagrammen korrigieren müssen, dürfen Sie sich zudem mit der esoterischen Programmiersprache "Brainfuck" (BF, in kurz und weniger vulgär) hier vertraut machen:

<http://de.wikipedia.org/wiki/Brainfuck> (Einen JavaScript-basierten Interpreter mit nützlichen Debugging-Funktionen finden Sie u.a. unter http://www.iamcal.com/misc/bf_debug)
Geben Sie die Lösung dieser Aufgabe dieses mal in digitaler Form ab. Dazu wäre es besonders weihnachtlich von Ihnen, wenn Sie Text-Dateien per E-Mail an basano@informatik.uni-freiburg.de schicken würden, deren Dateinamen folgendem Muster folgen:

<Gruppennummer>_<Nachnahme>_A9.4.bf

In BF gelten alle Zeichen, die nicht zum Befehlssatz gehören, als Kommentare. Deshalb bitten wir Sie:

- Ihr Programm in sinnvolle Blöcke aufzuteilen,
- für jeden dieser Blöcke eine neue Zeile zu beginnen und
- Ihr gesamtes Programm gut zu dokumentieren.

Nun zu den konkreten Teilaufgaben.

- (a) Die folgende Zeile BF-Code füllt die ersten beiden Zellen des Bands mit “3” und “1”, also der Oktalschreibweise von dezimal 25:

```
//Inkr. um 3; nach rechts; inkr. um eins; nach links  
+++>+<
```

Dies ist Ihre Ausgangssituation. Ihr Band sieht nun in etwa so aus

[., 0, 3, 1, 0, ..]

und der Zeiger zeigt auf die 3.

Erweitern Sie dieses Programm so, dass der Zeiger am Ende auf eine Zelle zeigt, in der die äquivalente Dezimalzahl steht. In diesem konkreten Fall sähe das in etwa so aus [., 25, ..], aber Ihr Programm sollte natürlich jede beliebige, höchstens zweistellige Oktalzahl repräsentiert in obiger Form umwandeln können.

- (b) Nachdem nun der Zeiger auf eine Zelle mit einer 25 zeigt, bereiten Sie bitte die Ausgabe dieser Zahl vor, indem Sie mittels geeignetem BF-Code die zwei Stellen der Dezimalzahl auf zwei einzelne, nebeneinander stehende Zellen übertragen. Das Ergebnis sollte also diese Form haben: [., 2, 5, ..]. Wo sich diese beiden Zellen auf dem Band befinden und was sonst noch auf dem Band steht ist unerheblich. Der Zeiger sollte aber auf die Zehnerstelle zeigen (hier also die 2) und natürlich sollte Ihr Code für beliebige, höchstens zweistellige Dezimalzahlen ein korrektes Ergebnis liefern.
- (c) Zuletzt sollten Sie bitte dafür sorgen, dass wir Tutoren auch was für die Augen bekommen. Nutzen Sie u.a. den BF-Befehl “.”, um die in Aufgabenteil (b) erzeugten zwei Zelleninhalte in der richtigen Reihenfolge auszugeben.

Volle zwei Punkte erhalten Sie nur dann, wenn Sie diesen Aufgabenteil mit maximal 48 Befehlszeichen lösen.

*Wir wünschen Ihnen ein frohes Weihnachtsfest
und ein gutes Neues Jahr 24 15.*