Informatik III:
Theoretische Informatik

Prof. Bernhard Nebel
Dr. Christian Becker-Asano, Moritz Göbelbecker

Wintersemester 2012/13
Universität Freiburg
Institut für Informatik

Übungsblatt 5

Abgabe: 26. November 2012

Aufgabe 5.1 (Reguläre Ausdrücke; jeweils 1 Punkt)
Geben Sie reguläre Ausdrücke an, welche die folgenden Sprachen über dem Alphabet $\Sigma = \{0, 1\}$ beschreiben. Vereinfachen Sie ggf. diese regulären Ausdrücke entsprechend der unten angegebenen Rechenregeln.

(a) $L = \{ w \in \Sigma^* : w$ enthält nicht das Teilwort 11 $\}$

(b) $L = \{ w \in \Sigma^* : w$ enhält mindestens drei und höchstens vier mal die 1 $\}$

(c) $L = \{ w \in \Sigma^* :$ auf jedes Teilwort 00 in w folgt unmittelbar eine 1 $\}$

(d) Sprache der Wörter mit einer geraden Anzahl von 1-Vorkommnissen am Ende (d.h. für jedes Wort dieser Sprache ist die Länge des längsten Suffixes, in dem die 0 nicht vorkommt, gerade).

Aufgabe 5.2 (Pumping-Lemma; 2+2 Punkte)
Zeigen Sie mit Hilfe des Pumping-Lemmas, dass folgende Sprachen nicht regulär sind:

(a) die Sprache $\{ ww : w \in \{a, b\}^* \}$;

(b) die Sprache der Wörter $uv \in \{a, b\}^*$, in denen u ein nicht leeres Präfix von v ist.

Aufgabe 5.3 (Reguläre Ausdrücke; 1+1 Punkte)
Wir betrachten zwei reguläre Ausdrücke über dem gemeinsamen Alphabet $\Sigma = \{a, b\}$.

(a) Geben Sie eine Prozedur an, die für zwei reguläre Ausdrücke entscheidet, ob sie äquivalent sind. Zwei reguläre Ausdrücke α und β heißen hierbei äquivalent, falls $L(\alpha) = L(\beta)$.
Bemerkung: Beachten Sie hierfür die Stichworte "Äquivalenzklassenautomat" und "Satz von Kleene".

(b) Wenden Sie das Verfahren schrittweise an, um zu zeigen, dass die beiden regulären Ausdrücke $\alpha = a(a|b)$ und $\beta = (aa|ab)$ äquivalent sind.

Hinweise: Für reguläre Ausdrücke α, β, γ gelten die folgenden Rechenregeln:

Assoziativität:	$(\alpha|(\beta|\gamma)) = ((\alpha|\beta)|\gamma),\ \ \alpha(\beta\gamma) = (\alpha\beta)\gamma$
Kommutativität:	$(\alpha|\beta) = (\beta|\alpha)$
Neutrale Elemente:	$(\emptyset|\alpha) = \alpha,\ \ \varepsilon\alpha = \alpha,\ \ \alpha\varepsilon = \alpha$
Distributivität:	$\alpha(\beta|\gamma) = (\alpha\beta|\alpha\gamma),\ \ (\alpha|\beta)\gamma = (\alpha\gamma|\beta\gamma)$
Absorption:	$\emptyset\alpha = \emptyset,\ \ \alpha\emptyset = \emptyset$

Außerdem gelten für den Sternoperator die folgenden Regeln:

$$\varepsilon^* = \varepsilon,\ \ (\varepsilon|\alpha)^* = \alpha^*,\ \ (\varepsilon|\alpha)\alpha^* = \alpha^*,\ \ \alpha^*(\varepsilon|\alpha) = \alpha^*$$