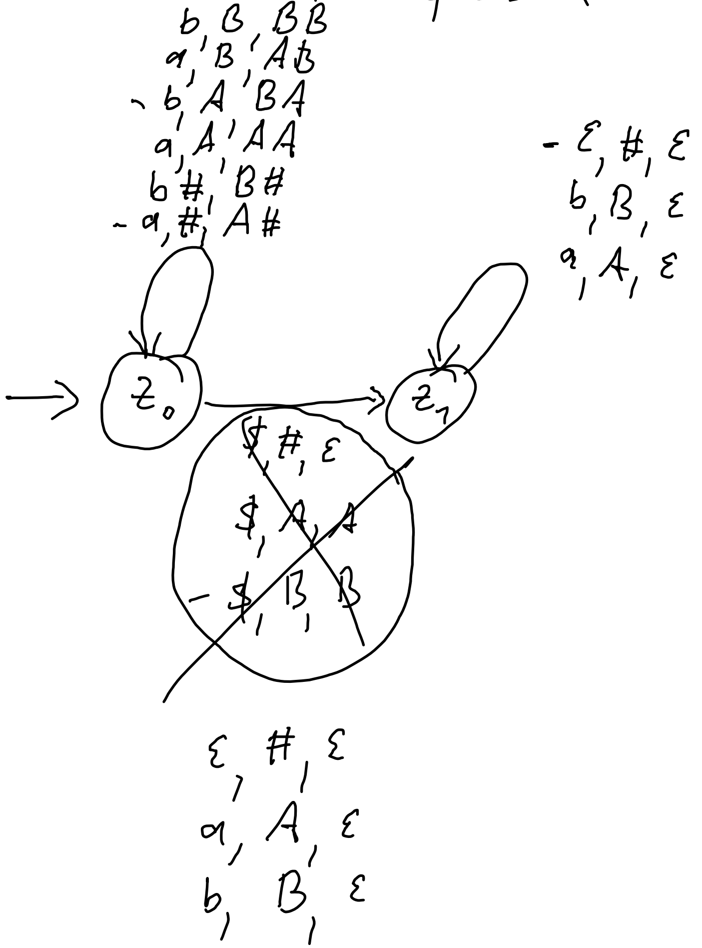
Bsp $L = \{ w\$w^R \mid w \in \{a,b\}^* \}$

abb\$bba   abaa\$aaba



$$(z_0, abb\$bba, \#) \vdash (z_0, bb\$bba, A\#) \vdash (z_0, b\$bba, BA\#) \vdash (z_0, \$bba, BBA\#) \vdash (z_1, bba, BBA\#) \vdash (z_1, ba, BA\#) \vdash (z_1, a, A\#) \vdash (z_1, \varepsilon, \#) \vdash (z_1, \varepsilon, \varepsilon)$$

$L' = \{ ww^R \mid w \in \{a,b\}^* \}$

$(z_0, abbbba, \#)$

$\vdash$

$(z_0, bbbba, A\#)$

$\vdash$

$(z_0, bbba, BA\#)$ $\vdash$ $(z_1, bba, A\#)$ $\vdash$

$\vdash$

$(z_0, bba, BBA\#)$ $\vdash$ $(z_1, ba, BA\#)$ $\vdash$ $(z_1, a, A\#)$ $\vdash$ $(z_1, \varepsilon, \#)$ $\vdash$ $\boxed{(z_1, \varepsilon, \varepsilon)}$

$\vdash$

$(z_0, ba, BBBA\#)$ $\vdash$ $(z_1, a, BBA\#)$ $\vdash$

$\vdash$

$(z_0, a, BBBBA\#)$

$\vdash$

$(z_0, \varepsilon, ABBBBA\#)$

Warum Akzeptanz mit leerem Keller?

Def Ein PDA mit Endzuständen PDA_E ist ein Tupel $M = (Z, \Sigma, \Gamma, \delta, z_0, \#, E)$

wobei $E \subseteq Z$ und es gilt

$$N(M) = \{ w \mid (z_0, w, \#) \vdash^* \underline{(z, \varepsilon, x)} \text{ für } x \in \Gamma^* \text{ und } z \in E \}$$

Satz Eine Spr. wird von ei. PDA akzeptiert gdw sie von einem PDA_E akzeptiert wird.

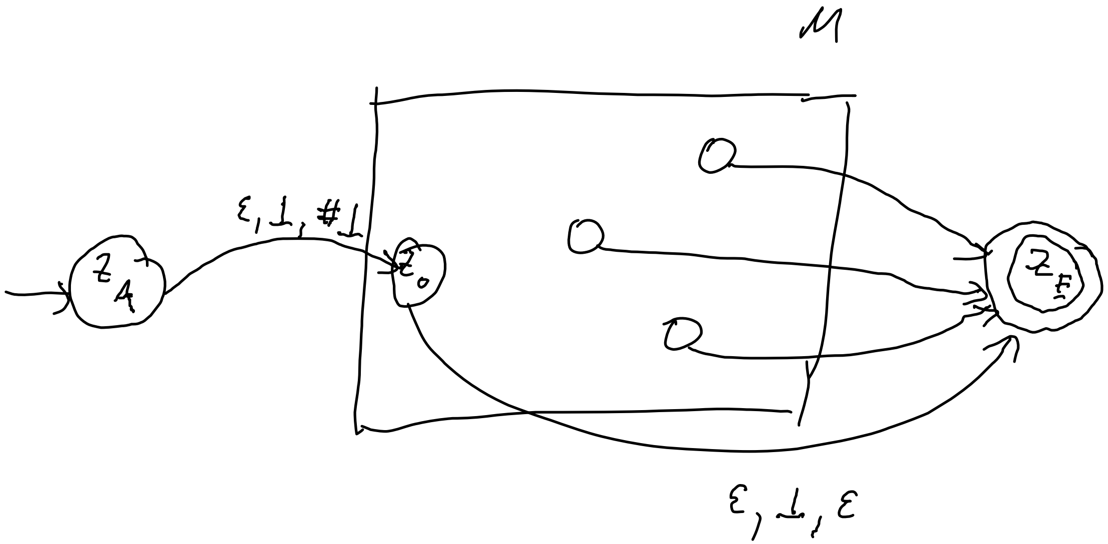
Bew.

($\Rightarrow$) Gegeben PDA $M = (Z, \Sigma, \Gamma, \delta, z_0, \#)$. konstr. PDA_E

$$M' = (Z \cup \{z_A, z_E\}, \Sigma, \Gamma \cup \{\perp\}, \delta', z_A, \perp, \{z_E\})$$

$z_A, z_E \notin Z$, $\perp \notin \Gamma$

δ' :

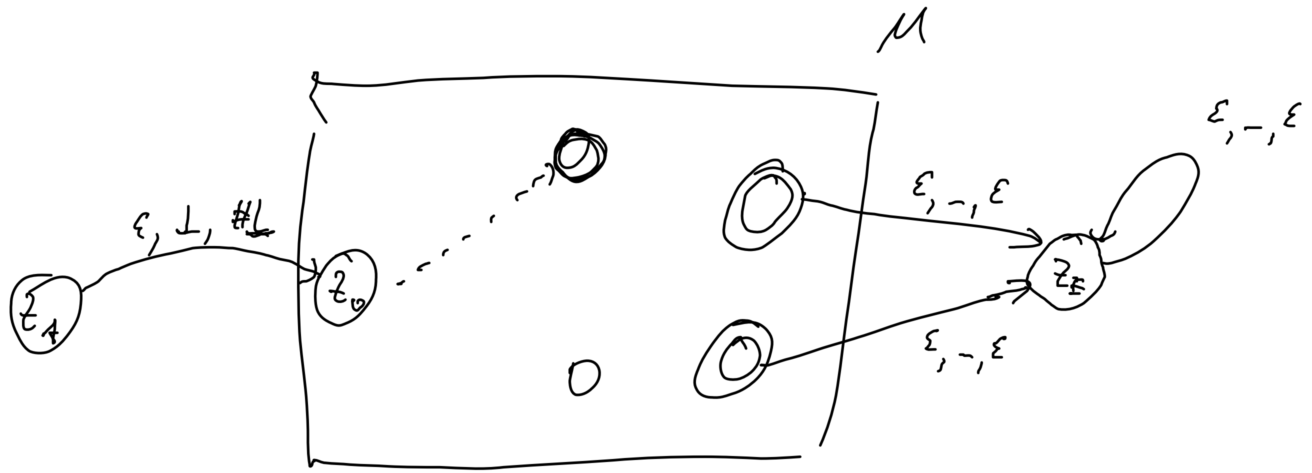


w wird von M mit leerem Keller akzeptiert
$\Rightarrow$ w wird von M' mit Endzustand akz.

w wird von M' mit Endzust. akz
$\Rightarrow$ w wird von M mit leerem Keller akz.

($\Leftarrow$) Gegeben PDA_E $M = (Z, \Sigma, \Gamma, \delta, z_0, \#, E)$, konstr. PDA $M' = (Z \cup \{z_A, z_E\}, \Sigma, \Gamma \cup \{\bot\}, \delta', z_A, \bot)$, wobei:
$z_A, z_E \notin Z$, $\bot \notin \Gamma$.

δ'



w wird in M akz $\Rightarrow$ w wird in M' mit leere Keller akz.
w wird in M' mit leere Keller akz $\Rightarrow$ w wird in M akz.

<u>Satz</u> Eine Spr. L ist kontextfrei gdw. L von einem PDA akzeptiert wird.

<u>Bew</u>:

($\Rightarrow$) Gegeben Grammatik $G = (V, \Sigma, P, S)$ vom Typ 2, wir konstr. PDA M:

$$M = (\{z\}, \Sigma, V \cup \Sigma, \delta, z, S)$$

Für $A \to \alpha \in P$ mit $A \in V$, $\alpha \in (V \cup \Sigma)^*$ setze:

$$\underline{\delta(z, \varepsilon, A) \ni (z, \alpha)}$$

Außerdem:

$$\underline{\delta(z, a, a) \ni (z, \varepsilon)}$$

Nun gilt:
$x \in L(G)$ gdw. $S \Rightarrow^* x$
gdw. es gibt eine Folge von Konf.
$(z, x, S) \vdash \ldots \vdash (z, \varepsilon, \varepsilon)$
gdw. $x \in N(M)$

($\Leftarrow$) Sei $L = N(M)$ für PDA $M = (Z, \Sigma, \Gamma, \delta, z_0, \#)$.

OBdA für jede δ-Regel $\underline{z\,a\,A \rightarrow z' B_1 \ldots B_k}$ gilt $k \leq 2$ ist.

Konstr.:

$G = (V, \Sigma, P, S)$, wobei

$V = \{S\} \cup Z \times \Gamma \times Z$

und

$$P = \{ S \rightarrow (z_0, \#, z) \mid z \in Z \} \cup$$

$$\{ (z, A, z') \rightarrow a \mid \delta(z, a, A) \ni (z', \varepsilon) \} \cup$$

$$\rightarrow \{ (z, A, z') \rightarrow a\,(z_1, B, z') \mid \delta(z, a, A) \ni (z_1, B),\ z' \in Z \} \cup$$

$$\rightarrow \{ (z, A, z') \rightarrow a\,(z_1, B, z_2)(z_2, C, z') \mid \delta(z, a, A) \ni (z_1, BC),\ z', z_2 \in Z \}$$

$a \in \Sigma \cup \{\varepsilon\}$

$Z = \{z_0, z_1\}$

$\Gamma = \{\#, A\}$

$Z \times \Gamma \times Z = \{ (z_0, \#, z_0), (z_0, \#, z_1), (z_0, A, z_0), (z_0, A, z_1), (z_1, \#, z_0), \ldots \}$

Zu zeigen:

$(z, A, z') \Rightarrow^* x$ gdw. $(z, x, A) \vdash^* (z', \varepsilon, \varepsilon)$

$(\Leftarrow)$

Für $x = a \in \Sigma \cup \{\varepsilon\}$ (1 Schritt)

$(z, A, z') \Rightarrow a$ gdw. $(z, A, z') \to a \in P$

gdw. $\delta(z, a, A) \ni (z', \varepsilon)$

gdw. $(z, a, A) \vdash (z', \varepsilon, \varepsilon)$

Für $n > 1$ Schritte:

Sei $x = ay$ $a \in \Sigma \cup \{\varepsilon\}$ mit

$\underline{(z, ay, A) \vdash (z_1, y, \alpha)} \vdash^* (z', \varepsilon, \varepsilon)$

Für $\alpha = \varepsilon$: Nur ein einziger Schritt, also $n > 1$!

Für $\alpha = B$: Nach IV: $\underline{(z_1, B, z') \Rightarrow^* y}$

Außerdem wissen wir $\delta(z, a, A) \ni (z_1, B)$

$\underline{(z, A, z') \to a(z_1, B, z')} \in P$, dann gilt

$(z, A, z') \Rightarrow^* ay = x$