Informatik III:
Theoretische Informatik

Prof. Bernhard Nebel
Dr. Stefan Wölfl

Wintersemester 2011
Universität Freiburg
Institut für Informatik

Übungsblatt 5

Abgabe: 28. November 2011

Aufgabe 5.1 (Reguläre Ausdrücke II; jeweils 1 Punkt)

Geben Sie reguläre Ausdrücke an, welche die folgenden Sprachen über dem Alphabet $\Sigma = \{0, 1\}$ beschreiben. Vereinfachen Sie ggf. diese regulären Ausdrücke entsprechend der unten angegebenen Rechenregeln.

(a) $L = \{ w \in \Sigma^* : w \text{ enthält nicht das Teilwort } 00 \}$

(b) $L = \{ w \in \Sigma^* : \text{auf jedes Teilwort } 00 \text{ in } w \text{ folgt unmittelbar eine } 1 \}$

(c) Sprache der Wörter mit einer ungeraden Anzahl von 0-Vorkommnissen am Ende (d.h. für jedes Wort dieser Sprache ist die Länge des längsten Suffixes, in dem die 1 nicht vorkommt, ungerade).

Aufgabe 5.2 (Pumping-Lemma I; 3+3 Punkte)

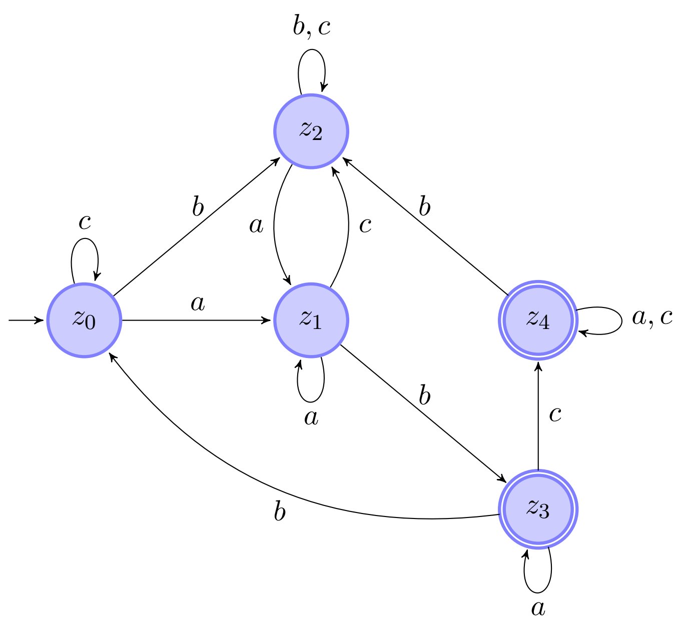
Zeigen Sie mit Hilfe des Pumping-Lemmas, dass folgende Sprachen nicht regulär sind:

(a) die Sprache $\{ ww : w \in \{a, b\}^* \}$;

(b) die Sprache der Wörter $uv \in \{a, b\}^*$, in denen u ein nicht leeres Präfix von v ist.

Aufgabe 5.3 (Minimalautomat; 3 Punkte)

Wenden Sie den in der Vorlesung angegebenen Algorithmus an, um aus dem folgenden DFA M einen äquivalenten Minimalautomaten zu konstruieren. Geben Sie dabei auch die verwendete Markierungstabelle an.



Aufgabe 5.4 (Pumping-Lemma II; 2+2 Punkte)

Das Pumping-Lemma formuliert eine *notwendige Bedingung* für reguläre Sprachen, aber keine hinreichende. Um dies zu zeigen, betrachten wir die Sprache

$$L = \{\, a^i b^j c^k \;:\; i = 0 \text{ oder } k < j, \text{ für } i, j, k \in \mathbb{N}\}.$$

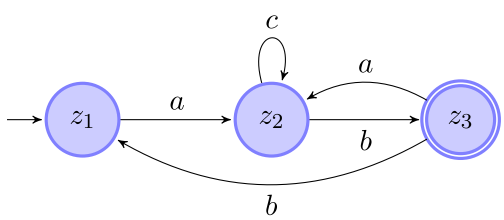
(a) Zeigen Sie, dass es ein $n \in \mathbb{N}$ gibt, sodass jedes Wort $x \in L$ der Länge $|x| \geq n$ eine Pumping-Zerlegung hat.

(b) Zeigen Sie, dass L nicht regulär ist.

Bonusaufgabe 5.5 (Satz von Kleene; 4* Punkte)

Wenden Sie das im Beweis des Satzes von Kleene vorgestellte Verfahren an, um einen regulären Ausdruck zu bestimmen, der die Sprache beschreibt, die von folgendem DFA akzeptiert wird. Benutzen Sie dabei die Indizes der Zustände als Nummerierung. Ferner dürfen Sie die regulären Ausdrücke, welche die Sprachen $R^k_{i,j}$ beschreiben, mit Hilfe der unten stehenden Rechenregeln vereinfachen.

Hinweis: Überlegen Sie sich zunächst, welche der Sprachen $R^k_{i,j}$ überhaupt betrachtet werden müssen.



Hinweise: Für reguläre Ausdrücke α, β, γ gelten die folgenden Rechenregeln:

Assoziativität:	$(\alpha\|(\beta\|\gamma)) = ((\alpha\|\beta)\|\gamma), \quad \alpha(\beta\gamma) = (\alpha\beta)\gamma$
Kommutativität:	$(\alpha\|\beta) = (\beta\|\alpha)$
Neutrale Elemente:	$(\emptyset\|\alpha) = \alpha, \quad \varepsilon\alpha = \alpha, \quad \alpha\varepsilon = \alpha$
Distributivität:	$\alpha(\beta\|\gamma) = (\alpha\beta\|\alpha\gamma), \quad (\alpha\|\beta)\gamma = (\alpha\gamma\|\beta\gamma)$
Absorption:	$\emptyset\alpha = \emptyset, \quad \alpha\emptyset = \emptyset$

Außerdem gelten für den Sternoperator die folgenden Regeln:

$$\varepsilon^* = \varepsilon, \quad (\varepsilon|\alpha)^* = \alpha^*, \quad (\varepsilon|\alpha)\alpha^* = \alpha^*, \quad \alpha^*(\varepsilon|\alpha) = \alpha^*$$