

Übungsblatt 4
Abgabe: 21. November 2011

Aufgabe 4.1 (Fortsetzung der Überföhrungsfunktion; 3 Punkte)

Für einen DFA $M = \langle Z, \Sigma, \delta, z_0, E \rangle$ wurde in der Vorlesung die Fortsetzung $\hat{\delta} : Z \times \Sigma^* \rightarrow Z$ wie folgt definiert. $\hat{\delta}(z, \varepsilon) := z$ und $\hat{\delta}(z, aw) := \hat{\delta}(\delta(z, a), w)$ für $a \in \Sigma$ und $w \in \Sigma^*$. Wir betrachten nun eine Funktion $\bar{\delta} : Z \times \Sigma^* \rightarrow Z$ definiert durch:

$$\bar{\delta}(z, \varepsilon) := z \quad \text{und} \quad \bar{\delta}(z, wa) := \delta(\bar{\delta}(z, w), a).$$

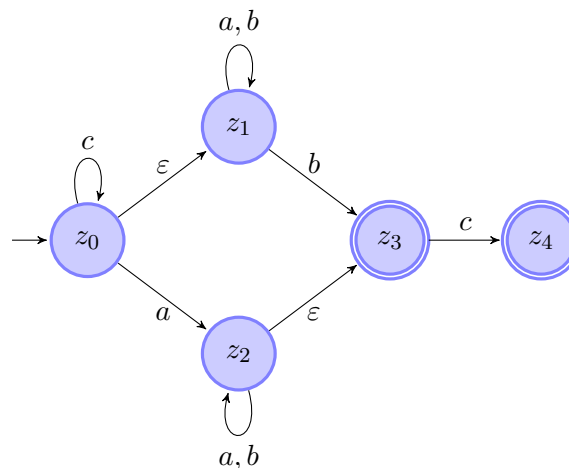
Zeigen Sie durch Induktion über die Wortlänge, dass für alle $z \in Z$ und $w \in \Sigma^*$ gilt: $\bar{\delta}(z, w) = \hat{\delta}(z, w)$.

Aufgabe 4.2 (ε -NFA vs. NFA; 3 Punkte)

Zu jedem ε -NFA M gibt es einen NFA M' , der die gleiche Sprache wie M akzeptiert. Zeigen Sie die Behauptung, indem Sie die Beweisskizze aus der Vorlesung vervollständigen.

Aufgabe 4.3 (ε -NFA als DFA; 1+2+2+2 Punkte)

Wir betrachten den ε -NFA M , der wie folgt graphisch angegeben ist:



- Welche Sprache wird von M akzeptiert (beschreiben Sie die Sprache mittels eines regulären Ausdrucks)?
- Transformieren Sie M in einen NFA M' ohne ε -Übergänge, der die gleiche Sprache wie M erkennt. Benutzen Sie dazu die Konstruktion, die in der Vorlesung angegeben wurde.
- Geben Sie einen zu M' äquivalenten DFA M'' an (unerreichbare Zustände dürfen weggelassen werden).

- (d) Geben Sie zu M'' eine reguläre Grammatik an, die genau die Wörter erzeugt, die von M'' akzeptiert werden. Benutzen Sie hierbei wieder das Verfahren, das in der Vorlesung angegeben wurde.

Aufgabe 4.4 (Reguläre Ausdrücke; 2+2+3* Punkte)

In vielen Programmiersprachen gibt es die Möglichkeit, reguläre Ausdrücke kompakt darzustellen. Zum Beispiel steht $(\alpha)^+$ für “mindestens ein Vorkommen des Ausdrucks α ” und $(\alpha)^?$ für “höchstens ein Vorkommen des Ausdrucks α ”. “Tokenklassen” werden ebenfalls kompakt dargestellt: $[01]$ ist zum Beispiel zu lesen als $(0|1)$ und $[0-9]$ zu lesen als $(0|(1|\dots(8|9)\dots))$.

- (a) Geben Sie Definitionen der Operatoren $(\alpha)^+$ und $(\alpha)^?$ mit den Operatoren $\alpha\beta$, $(\alpha|\beta)$, $(\alpha)^*$ und ε an. Welche Form hat $L(\gamma)$ für $\gamma = (\alpha)^+$ und $\gamma = (\alpha)^?$?
- (b) Geben Sie die Sprache an, die durch den “erweiterten” regulären Ausdruck über dem Alphabet $\Sigma = \{-; +; 0; \dots; 9; ,\}$

$$[-+]^?[0-9]^+(\text{,}[0-9]^+)^?$$

beschrieben wird. Welcher NFA akzeptiert diese Sprache?

- (c*) Wenden Sie das im Beweis des Satzes von Kleene benutzte Verfahren an, um für die durch den regulären Ausdruck

$$[-+] [01]^+(\text{,} [01]^+)^?$$

beschriebene Sprache einen akzeptierenden ε -NFA zu konstruieren.

Hinweis: Mit * markierte Teilaufgaben werden nicht für die Maximalpunktzahl gerechnet.