Informatik III:
Theoretische Informatik

Prof. Bernhard Nebel
Dr. Stefan Wölfl

Wintersemester 2011
Universität Freiburg
Institut für Informatik

Übungsblatt 3

Abgabe: 14. November 2011

Aufgabe 3.1 (Konjunktive Normalform; 2+2+1 Punkte)

Eine aussagenlogische Formel F ist in konjunktiver Normalform (KNF), wenn sie eine Konjunktion von Disjunktionen von Literalen ist. Ein Literal ist hierbei eine atomare Formel oder eine negierte atomare Formel. Somit hat eine KNF-Formel F die Gestalt

$$F = (\bigwedge_{i=1}^{n}(\bigvee_{j=1}^{m_i} L_{ij}))$$

mit Literalen $L_{ij} \in P \cup \{\neg p : p \in P\}$ über der Menge P der atomaren Formeln. $(\bigwedge_{i=1}^{n} F_i)$ (analog: $(\bigvee_{i=1}^{n} F_i)$) ist hierbei zu verstehen als eine abkürzende Schreibweise für $(F_1 \wedge F_2 \wedge \cdots \wedge F_n)$ und $(\bigwedge_{i=1}^{1} F_i)$ steht für F_1. Wir gehen im Folgenden also davon aus, dass in KNF-Formeln unnötige Klammern bereits gestrichen sind (z.B. die "Klausel" $(p \vee (q \vee r))$ geschrieben ist als $(p \vee q \vee r)$), und nehmen ferner an, dass $P = \{p, q, r, s, t\}$ ist.

(a) Geben Sie eine Grammatik für KNF-Formeln mit atomaren Formeln aus P in EBNF-Form an (siehe hierzu auch die Erläuterungen und Beispiele auf `http://de.wikipedia.org/wiki/Erweiterte_Backus-Naur-Form`).

(b) Transformieren Sie Ihre EBNF-Grammatik in eine kontextfreie Grammatik.

(c) Geben Sie für Ihre Grammatik aus Aufgabe (b) den Syntaxbaum der Formel $((p \vee \neg q) \wedge (\neg p \vee r \vee \neg s))$ an (verwenden Sie ggf. Linksableitung).

Aufgabe 3.2 (Endliche Automaten; je Teilaufgabe 1.5 Punkte)

Geben Sie deterministische endliche Automaten an, die jeweils die folgenden Sprachen L akzeptieren – jeweils in Mengenschreibweise und in graphischer Darstellung:

(a) die Sprache der Wörter über dem Alphabet $\{0, 1\}$ mit Suffix 110 (gilt $w = vu$ für ein Wort v, so bezeichnet man u als Suffix von w);

(b) die Sprache der Wörter über dem Alphabet $\{0, 1\}$, in denen das Wort 1011 als Teilwort vorkommt (gilt $w = vuv'$ für Wörter v, v', so bezeichnet man u als Teilwort von w);

(c) die Sprache der Wörter über dem Alphabet $\{0, 1\}$, die das Symbol 1 mindestens 2-mal enthalten;

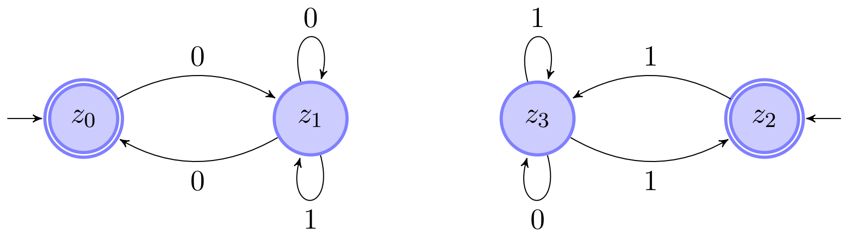
(d) die Sprache der Wörter über dem Alphabet $\{0, 1\}$, die das Symbol 0 mindestens 3-mal, aber höchstens 5-mal enthalten;

(e) die Sprache der natürlichen Zahlen (in dezimaler Schreibweise), die gerade sind;

(f) die Sprache der natürlichen Zahlen (in binärer Schreibweise), die durch 4 teilbar sind.

Aufgabe 3.3 (Potenzmengen-Automat; 2+1 Punkte)

(a) Geben Sie zu dem folgenden nicht-deterministischen Automaten M den entsprechenden deterministischen Potenzmengen-Automaten an, der die gleiche Sprache wie M akzepiert.



(b) Geben Sie einen zu M äquivalenten deterministischen endlichen Automaten M' (d.h. $T(M') = T(M)$) mit höchstens 5 Zuständen an.

Aufgabe 3.4 (Größe nicht-deterministischer Automaten; 1+2 Punkte)

Wir betrachten über dem Alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ die Sprache $L_k := \{\, uav \;:\; u \in \Sigma^*, v \in \Sigma^{k-1}\}$.

(a) Geben Sie für $k \geq 1$ einen nicht-deterministischen Automaten an, der L_k akzeptiert.

(b) Zeigen Sie, dass es keinen deterministischen endlichen Automaten mit weniger als 2^k Zuständen gibt, der L_k akzeptiert.