

Informatik I

3. Verzweigungen und Wahrheitswerte

Jan-Georg Smaus

Albert-Ludwigs-Universität Freiburg

26. Oktober 2010

Wiederholung

Informatik I

Jan-Georg
Smaus

Wiederholung

Die Sorten
boolean und
string

Verzweigungen

- Programme, Sequenzen von Formen
- Ausdrücke und ihre Auswertung (Substitutionsmodell)
- Konstruktionsanleitung für Prozeduren
 - Kurzbeschreibung
 - Sorten und Signaturen \Rightarrow Gerüst
 - Testfälle
 - Rumpf ausfüllen
 - Testen

Erinnerung: Lexikalische Bindung

- $((\text{lambda } (x^1)$
 $(+ ((\text{lambda } (x^2) (* x^3 3)) 3)$
 $(* x^4 2))) 14)$

Die Vorkommen ¹ und ² von x sind **bindend**, und die Vorkommen ³ und ⁴ sind **gebunden**.

- Es gilt die **lexikalische Bindung**: Bezug auf das bindende Vorkommen der innersten textlich umschließenden Abstraktion.
- Äquivalenter Ausdruck durch **konsistente Umbenennung**:

$$((\text{lambda } (x^1)$$

 $(+ ((\text{lambda } (y^2) (* y^3 3)) 3)$
 $(* x^4 2))) 14)$

Aufgabe: Rauminhalt eines Zylinders

Eingabe: Radius r und Höhe h eines Zylinders

Ausgabe: Rauminhalt des Zylinders = Grundfläche * Höhe

```
; Rauminhalt eines Zylinders berechnen
(: cylinder-volume (number number -> number))
(define cylinder-volume
  (lambda (radius height)
    (* (circle-area radius) height)))
; Testfall
(check-within (cylinder-volume 1 1) 3.14159 1e-5)
(check-within (cylinder-volume 2 1) 12,56636 1e-4)
(check-within (cylinder-volume 1 4) 12,56636 1e-4)
```

Informatik I

Jan-Georg
Smaus

Wiederholung

Die Sorten
boolean und
string

Verzweigungen

MANTRA #3 (Strukturerhaltung)

Versuche, das Programm wie das Problem zu strukturieren.

„Untermantras“:

MANTRA #4 (Abstraktion)

Schreibe eine Abstraktion für jedes Unterproblem.

MANTRA #5 (Namen)

Definiere Namen für häufig benutzte Konstanten und verwende diese Namen anstelle der Konstanten, für die sie stehen.

Wie geht es weiter?

Die bisher definierten Funktionen waren allesamt einfache Kombinationen der eingebauten arithmetischen Operationen. Es gibt aber noch andere Daten (**Sorten**) als nur Zahlen, und die einfachen Kombinationen wie bisher reichen auch nicht immer aus.

Informatik I

Jan-Georg
Smaus

Wiederholung

Die Sorten
boolean und
string

Verzweigungen

Die Sorten `boolean` und `string`

Informatik I

Jan-Georg
Smaus

Wiederholung

Die Sorten
`boolean` und
`string`

Wahrheitswerte
Strings

Verzweigungen

Die Sorte `boolean` (Wahrheitswerte)

Die Sorte `boolean` enthält zwei Literale:

```
#t      ; wahr  
#f      ; falsch
```

Die Sorte boolean: Operationen ...

...mit Signatur `(real real -> boolean)`

`=` `<` `>` `>=` `<=`

...mit Signatur `(real -> boolean)`

`zero?` `positive?` `negative?`

...mit Signatur `(integer -> boolean)`

`odd?` `even?`

...mit Signatur `(boolean ... -> boolean)`

`and` `or`

...mit Signatur `(boolean -> boolean)`

`not`

`and`, `or`, and `not` heißen **logische Operationen**. `and` und `or` haben eine spezielle Auswertungsregel!

Informatik I

Jan-Georg
Smaus

Wiederholung

Die Sorten
`boolean` und
`string`

Wahrheitswerte
Strings

Verzweigungen

Ausdrücke der Sorte boolean

```
#t  
=> #t
```

```
(= 17 4)  
=> #f
```

```
(>= 17 4)  
=> #t
```

```
(odd? (+ 17 4))  
=> (odd? 21)  
=> #t
```

Informatik I

Jan-Georg
Smaus

Wiederholung

Die Sorten
boolean und
string

Wahrheitswerte
Strings

Verzweigungen

Ausdrücke der Sorte boolean

```
#t  
=> #t
```

```
(= 17 4)  
=> #f
```

```
(>= 17 4)  
=> #t
```

```
(odd? (+ 17 4))  
=> (odd? 21)  
=> #t
```

```
(define y 1)  
(and (= 5 (+ (* 2 2) y)) (and (<= 0 y) (< y 2)))  
=> (and (= 5 (+ 4 y)) (and (<= 0 y) (< y 2)))  
=> (and (= 5 (+ 4 1)) (and (<= 0 y) (< y 2)))  
=> (and (= 5 5) (and (<= 0 y) (< y 2)))  
=> (and #t (and (<= 0 y) (< y 2)))  
=> (and (<= 0 y) (< y 2))  
=> (and (<= 0 1) (< y 2))  
=> (and #t (< y 2))  
=> (< y 2)  
=> (< 1 2)  
=> #t
```

Informatik I

Jan-Georg
Smaus

Wiederholung

Die Sorten
boolean und
string
Wahrheitswerte
Strings

Verzweigungen

Die Sorte `string` (Zeichenketten)

Die Sorte `String` haben wir schon einmal kurz erwähnt (Literal "Banane"). I.a. haben die **Literale** dieser Sorte die Form

`"c1c2 . . . cn"`

wobei die c_i beliebige Zeichen („auf der Tastatur“) außer `"` sein dürfen.

Schreibe `\` um `"` in einer Zeichenkette zu verwenden.

Beispiele:

`"Der Mond ist aufgegangen."`

`"Harry schrie: \"Expelliarmus!\""`

Operationen (mit Signatur `(string string -> boolean)`)

`string=?` `string<?` `string>?`

u.v.a.m., siehe Dokumentation

Verzweigungen

Informatik I

Jan-Georg
Smaus

Wiederholung

Die Sorten
boolean und
string

Verzweigungen

Ausgabesorte

Eingabesorte

Ohne Sorte

Anleitung

Semantik

Weitere Formen
von

Verzweigungen

Verzweigungen
mit booleschen

Operatoren

Verbesserte

Signaturen

Signatur für Aufzählungen

Betrachten wir folgendes Problem:

Aufgabe: Aggregatzustand von Wasser bestimmen

Eingabe: Wassertemperatur t

Ausgabe: „solid“, „liquid“ oder „gaseous“ je nachdem, ob die Temperatur weniger als 0, zwischen 0 und 100, oder über 100 beträgt.

Informatik I

Jan-Georg
Smaus

Wiederholung

Die Sorten
boolean und
string

Verzweigungen

Ausgabesorte

Eingabesorte

Ohne Sorte

Anleitung

Semantik

Weitere Formen
von

Verzweigungen

Verzweigungen
mit booleschen

Operatoren

Verbesserte

Signaturen

Signatur für Aufzählungen

Betrachten wir folgendes Problem:

Aufgabe: Aggregatzustand von Wasser bestimmen

Eingabe: Wassertemperatur t

Ausgabe: „solid“, „liquid“ oder „gaseous“ je nachdem, ob die Temperatur weniger als 0, zwischen 0 und 100, oder über 100 beträgt.

Erste Beobachtung: Die Ausgabe ist keine Zahl, sondern von einer Sorte, die drei Literale enthält.

Scheme-Syntax zur Definition dieser Sorte:

```
(define phase  
  (signature (one-of "solid" "liquid" "gaseous")))
```

phase (Aggregatzustand) ist **Sorte** so wie real oder natural.

Wir nennen eine mittels one-of definierte Sorte

Aufzählungssorte.

Informatik I

Jan-Georg
Smaus

Wiederholung

Die Sorten
boolean und
string

Verzweigungen

Ausgabesorte

Eingabesorte

Ohne Sorte

Anleitung

Semantik

Weitere Formen
von

Verzweigungen

Verzweigungen
mit booleschen

Operatoren

Verbesserte

Signaturen

Zweite Beobachtung: Es gibt drei mögliche Ausgaben, und welche die richtige ist, muss von irgendwelchen **Bedingungen** abhängen. Hier benötigen wir eine **Fallunterscheidung**:

$$p(t) = \begin{cases} \text{„solid“} & \text{falls ...} \\ \text{„liquid“} & \text{falls ...} \\ \text{„gaseous“} & \text{falls ...} \end{cases}$$

Diese mathematische Notation heißt **Verzweigung** und sie testet **Bedingungen**. Eine Bedingung besitzt einen **Wahrheitswert**, d.h. sie hat die Sorte `boolean`.

Scheme-Notation für eine Verzweigung

In Scheme schreibt man diese Verzweigung so:

```
(cond
  (... "solid")
  (... "liquid")
  (... "gaseous"))
```

wobei an Stelle der **Ellipsen** (...) Bedingungen stehen müssen (dazu später).

Informatik I

Jan-Georg
Smaus

Wiederholung

Die Sorten
boolean und
string

Verzweigungen

Ausgabesorte
Eingabesorte
Ohne Sorte
Anleitung
Semantik

Weitere Formen
von
Verzweigungen

Verzweigungen
mit booleschen
Operatoren
Verbesserte
Signaturen

Konstruktion: Aggregatzustand

Das Gerüst

Zunächst das Gerüst:

```
; Aggregatzustand von Wasser bestimmen
(: water-phase (real -> phase))
(define water-phase
  (lambda (t)
    (...)))
```

Dann ein paar Testfälle:

```
(check-expect (water-phase -5) "solid")
(check-expect (water-phase 0) "liquid")
(check-expect (water-phase 100) "liquid")
(check-expect (water-phase 120) "gaseous")
```

Informatik I

Jan-Georg
Smaus

Wiederholung

Die Sorten
boolean und
string

Verzweigungen

Ausgabesorte

Eingabesorte

Ohne Sorte

Anleitung

Semantik

Weitere Formen
von

Verzweigungen

Verzweigungen
mit booleschen

Operatoren

Verbesserte

Signaturen

Konstruktion: Aggregatzustand

Eingabe einsetzen

Dann setzen wir (wie immer) die Eingabe in den Rumpf ein:

```
; Aggregatzustand von Wasser bestimmen  
(: water-phase (real -> phase))  
(define water-phase  
  (lambda (t)  
    (... t ...)))
```

Informatik I

Jan-Georg
Smaus

Wiederholung

Die Sorten
boolean und
string

Verzweigungen

Ausgabesorte

Eingabesorte

Ohne Sorte

Anleitung

Semantik

Weitere Formen
von

Verzweigungen

Verzweigungen
mit booleschen

Operatoren

Verbesserte

Signaturen

Konstruktion: Aggregatzustand

Schablone für Fallunterscheidungen

Als nächstes wenden wir eine Schablone an, die sich aus der Existenz dreier möglicher Ausgaben ergibt:

```
; Aggregatzustand von Wasser bestimmen
(: water-phase (real -> phase))
(define water-phase
  (lambda (t)
    (... t ...)))
  (cond
    (... "solid")
    (... "liquid")
    (... "gaseous"))))
```

Informatik I

Jan-Georg
Smaus

Wiederholung

Die Sorten
boolean und
string

Verzweigungen

Ausgabesorte

Eingabesorte

Ohne Sorte

Anleitung

Semantik

Weitere Formen
von

Verzweigungen

Verzweigungen
mit booleschen

Operatoren

Verbesserte

Signaturen

Konstruktion: Aggregatzustand

Eingabe in die Bedingungen

Welche Ausgabe die richtige ist, muss von irgendwelchen Bedingungen abhängen, und diese können nur die Eingabe betreffen. Daher setzen wir ein:

```
; Aggregatzustand von Wasser bestimmen
(: water-phase (real -> phase))
(define water-phase
  (lambda (t)
    (... t ...)))
  (cond
    (... t ... "solid")
    (... t ... "liquid")
    (... t ... "gaseous"))))
```

Informatik I

Jan-Georg
Smaus

Wiederholung

Die Sorten
boolean und
string

Verzweigungen

Ausgabesorte

Eingabesorte

Ohne Sorte

Anleitung

Semantik

Weitere Formen
von

Verzweigungen

Verzweigungen
mit booleschen

Operatoren

Verbesserte

Signaturen

Konstruktion: Aggregatzustand

Vervollständigen der Bedingungen

Und zum Schluss setzen wir noch die Bedingungen ein, die sich direkt aus der Problemformulierung ergeben:

```
; Aggregatzustand von Wasser bestimmen
(: water-phase (real -> phase))
(define water-phase
  (lambda (t)
    (cond
      ((< t 0) "solid")
      ((and (>= t 0) (<= t 100)) "liquid")
      ((> t 100) "gaseous"))))
```

Informatik I

Jan-Georg
Smaus

Wiederholung

Die Sorten
boolean und
string

Verzweigungen

Ausgabesorte

Eingabesorte

Ohne Sorte

Anleitung

Semantik

Weitere Formen
von

Verzweigungen

Verzweigungen
mit booleschen

Operatoren

Verbesserte

Signaturen

Noch eine Aufzählungsorte

Betrachten wir nun folgendes Problem:

Aufgabe: Inlandsposti der Deutschen Post

Eingabe: „Postkarte“, „Standardbrief“, „Kompaktbrief“,
„Grossbrief“, oder „Maxibrief“

Ausgabe: Das entsprechende Inlandsposto der Deutschen Post

Informatik I

Jan-Georg
Smaus

Wiederholung

Die Sorten
boolean und
string

Verzweigungen

Ausgabesorte

Eingabesorte

Ohne Sorte

Anleitung

Semantik

Weitere Formen
von

Verzweigungen

Verzweigungen
mit booleschen

Operatoren

Verbesserte

Signaturen

Noch eine Aufzählungsorte

Betrachten wir nun folgendes Problem:

Aufgabe: Inlandsposti der Deutschen Post

Eingabe: „Postkarte“, „Standardbrief“, „Kompaktbrief“, „Grossbrief“, oder „Maxibrief“

Ausgabe: Das entsprechende Inlandsposto der Deutschen Post

Erste Beobachtung: Die **Eingabe** ist von einer Sorte, die fünf Literale enthält.

Scheme-Syntax zur Definition dieser Aufzählungsorte:

Informatik I

Jan-Georg
Smaus

Wiederholung

Die Sorten
boolean und
string

Verzweigungen

Ausgabesorte

Eingabesorte

Ohne Sorte

Anleitung

Semantik

Weitere Formen
von

Verzweigungen

Verzweigungen
mit booleschen

Operatoren

Verbesserte

Signaturen

Noch eine Aufzählungsorte

Betrachten wir nun folgendes Problem:

Aufgabe: Inlandsporti der Deutschen Post

Eingabe: „Postkarte“, „Standardbrief“, „Kompaktbrief“, „Grossbrief“, oder „Maxibrief“

Ausgabe: Das entsprechende Inlandsporto der Deutschen Post

Erste Beobachtung: Die **Eingabe** ist von einer Sorte, die fünf Literale enthält.

Scheme-Syntax zur Definition dieser Aufzählungsorte:

```
(define postsendung
  (signature
    (one-of
      "Postkarte" "Standardbrief" "Kompaktbrief"
      "Grossbrief" "Maxibrief"))))
```

Informatik I

Jan-Georg
Smaus

Wiederholung

Die Sorten
boolean und
string

Verzweigungen

Ausgabesorte

Eingabesorte

Ohne Sorte

Anleitung

Semantik

Weitere Formen
von

Verzweigungen

Verzweigungen
mit booleschen

Operatoren

Verbesserte

Signaturen

Zweite Beobachtung: da es nur fünf mögliche Eingaben gibt, gibt es höchstens fünf mögliche Ausgaben. Und natürlich hängt die Ausgabe von der Eingabe ab. Es ergibt sich eine Fallunterscheidung (Nachschauen der Porti auf `www.deutschepost.de`):

$$porto(s) = \begin{cases} 0.45 & \text{falls } s = \text{„Postkarte“} \\ 0.55 & \text{falls } s = \text{„Standardbrief“} \\ 0.90 & \text{falls } s = \text{„Kompaktbrief“} \\ 1.45 & \text{falls } s = \text{„Grossbrief“} \\ 2.20 & \text{falls } s = \text{„Maxibrief“} \end{cases}$$

Konstruktion: Briefporto bestimmen

Das Gerüst

Zunächst das Gerüst:

```
; Briefporto für verschiedene Briefgrößen ausgeben
(: porto (postsendung -> real))
(define porto
  (lambda (s)
    (...)))
```

Informatik I

Jan-Georg
Smaus

Wiederholung

Die Sorten
boolean und
string

Verzweigungen

Ausgabesorte

Eingabesorte

Ohne Sorte

Anleitung

Semantik

Weitere Formen
von

Verzweigungen

Verzweigungen

mit booleschen

Operatoren

Verbesserte

Signaturen

Konstruktion: Briefporto bestimmen

Eingabe einsetzen

Dann setzen wir (wie immer) die Eingabe in den Rumpf ein:

```
; Briefporto für verschiedene Briefgrößen ausgeben  
(: porto (postsendung -> real))  
(define porto  
  (lambda (s)  
    (... s ...)))
```

Informatik I

Jan-Georg
Smaus

Wiederholung

Die Sorten
boolean und
string

Verzweigungen

Ausgabesorte

Eingabesorte

Ohne Sorte

Anleitung

Semantik

Weitere Formen
von

Verzweigungen

Verzweigungen
mit booleschen

Operatoren

Verbesserte

Signaturen

Konstruktion: Briefporto bestimmen

Schablone für Fallunterscheidungen

Als nächstes wenden wir eine Schablone an, die sich aus der Existenz von fünf möglichen Eingaben ergibt:

```
; Briefporto für verschiedene Briefgrößen ausgeben
;(define porto
  (lambda (s)
    (... s ...)
    (cond
      ((string=? s "Postkarte") ...)
      ((string=? s "Standardbrief") ...)
      ((string=? s "Kompaktbrief") ...)
      ((string=? s "Grossbrief") ...)
      ((string=? s "Maxibrief") ...)
    )
  ))
```

Informatik I

Jan-Georg
Smaus

Wiederholung

Die Sorten
boolean und
string

Verzweigungen

Ausgabesorte

Eingabesorte

Ohne Sorte

Anleitung

Semantik

Weitere Formen
von

Verzweigungen

Verzweigungen
mit booleschen

Operatoren

Verbesserte

Signaturen

Konstruktion: Briefporto bestimmen

Einfügen der Ausgaben

Und zum Schluss setzen wir noch die richtigen Ausgaben ein:

```
; Briefporto für verschiedene Briefgrößen ausgeben
(define porto
  (lambda (s)
    (cond
      ((string=? s "Postkarte") 0.45)
      ((string=? s "Standardbrief") 0.55)
      ((string=? s "Kompaktbrief") 0.90)
      ((string=? s "Grossbrief") 1.45)
      ((string=? s "Maxibrief") 2.20)
    )
  ))
```

Informatik I

Jan-Georg
Smaus

Wiederholung

Die Sorten
boolean und
string

Verzweigungen

Ausgabesorte

Eingabesorte

Ohne Sorte

Anleitung

Semantik

Weitere Formen
von

Verzweigungen

Verzweigungen
mit booleschen

Operatoren

Verbesserte

Signaturen

Das Beispiel mit den Inlandsporti ist ein besonders klarer Fall von **Datenanalyse**: Bloßes Betrachten der möglichen **Eingaben** (genauer: ihrer Sorte) führt zum Anlegen einer Verzweigung mit einer bestimmten Anzahl von Zweigen.

Die Sorte hilft nicht immer

Betrachten wir nun folgendes Problem:

Absolutbetrag

Eingabe: Eine Zahl x

Ausgabe: Der Absolutbetrag von x

Der Absolutbetrag ist durch folgende Fallunterscheidung definiert (Lehrbuch):

$$|x| = \begin{cases} x & \text{falls } x \geq 0 \\ -x & \text{falls } x < 0 \end{cases}$$

Informatik I

Jan-Georg
Smaus

Wiederholung

Die Sorten
boolean und
string

Verzweigungen

Ausgabesorte
Eingabesorte

Ohne Sorte
Anleitung

Semantik

Weitere Formen
von
Verzweigungen

Verzweigungen
mit booleschen
Operatoren

Verbesserte
Signaturen

Konstruktion: Absolutbetrag

Das Gerüst

Definition

$$|x| = \begin{cases} x & \text{falls } x \geq 0 \\ -x & \text{falls } x < 0 \end{cases}$$

Zunächst das Gerüst:

```
; Absolutbetrag einer Zahl berechnen  
(: absolute (real -> real))  
(define absolute  
  (lambda (x)  
    (... x ...)))
```

Wir sehen: Die Sorte hilft uns nicht weiter.

Informatik I

Jan-Georg
Smaus

Wiederholung

Die Sorten
boolean und
string

Verzweigungen

Ausgabesorte
Eingabesorte

Ohne Sorte
Anleitung

Semantik

Weitere Formen
von

Verzweigungen

Verzweigungen
mit booleschen
Operatoren

Verbesserte
Signaturen

Konstruktion: Absolutbetrag

Schablone für Verzweigungen

Definition

$$|x| = \begin{cases} x & \text{falls } x \geq 0 \\ -x & \text{falls } x < 0 \end{cases}$$

In diesem Fall empfiehlt es sich, zunächst nur folgendes festzustellen: wir haben eine Fallunterscheidung mit zwei Fällen.

```
; Absolutbetrag einer Zahl berechnen
(: absolute (real -> real))
(define absolute
  (lambda (x)
    (cond
      (... ...)
      (... ...))))
```

Dies festzustellen, nennen wir hier **Datenanalyse**.

Informatik I

Jan-Georg
Smaus

Wiederholung

Die Sorten
boolean und
string

Verzweigungen

Ausgabesorte

Eingabesorte

Ohne Sorte

Anleitung

Semantik

Weitere Formen
von

Verzweigungen

Verzweigungen
mit booleschen

Operatoren

Verbesserte

Signaturen

Konstruktion: Absolutbetrag

Einsetzen der Bedingungen und Ausgaben

Definition

$$|x| = \begin{cases} x & \text{falls } x \geq 0 \\ -x & \text{falls } x < 0 \end{cases}$$

Danach kann man die Bedingungen und die Ausgaben einsetzen:

```
; Absolutbetrag einer Zahl berechnen
(: absolute (real -> real))
(define absolute
  (lambda (x)
    (cond
      ((>= x 0) x)
      ((< x 0) (- x))))))
```

Informatik I

Jan-Georg
Smaus

Wiederholung

Die Sorten
boolean und
string

Verzweigungen

Ausgabesorte
Eingabesorte

Ohne Sorte
Anleitung
Semantik

Weitere Formen
von
Verzweigungen

Verzweigungen
mit booleschen
Operatoren

Verbesserte
Signaturen

Konstruktionsanleitung 2: Fallunterscheidung

Allgemeine Konstruktionsanleitung

Falls die **Datenanalyse** für die Ein- oder Ausgabe einer Prozedur eine Fallunterscheidung in n Kategorien enthält, dann steht im Rumpf der Prozedur eine Verzweigung mit n Zweigen.

Schablone zur Verwendung im Prozedurrumpf

```
(cond
  (... ...)
  ...
  (... ...))
```

(n Zweige)

Informatik I

Jan-Georg
Smaus

Wiederholung

Die Sorten
boolean und
string

Verzweigungen

Ausgabesorte
Eingabesorte
Ohne Sorte

Anleitung
Semantik

Weitere Formen
von
Verzweigungen

Verzweigungen
mit booleschen
Operatoren

Verbesserte
Signaturen

Konstruktionsanleitung 2: Fallunterscheidung

Spezieller: Ausgabesorte

Wenn sich die Fallunterscheidung direkt aus der **Ausgabesorte** ergibt, da diese aus n Ausdrücken e_1, \dots, e_n besteht, kann man einen Konstruktionsschritt überspringen und gleich folgende Schablone verwenden:

```
(cond
  (... e1)
  ...
  (... en))
```

Man muss dies nicht tun, aber es wird dadurch vielleicht klarer, woraus sich die Schablone ergibt.

Informatik I

Jan-Georg
Smaus

Wiederholung

Die Sorten
boolean und
string

Verzweigungen

Ausgabesorte
Eingabesorte
Ohne Sorte

Anleitung
Semantik

Weitere Formen
von
Verzweigungen

Verzweigungen
mit booleschen
Operatoren
Verbesserte
Signaturen

Konstruktionsanleitung 2: Fallunterscheidung

Spezieller: Eingabesorte

Wenn sich die Fallunterscheidung direkt aus der Sorte einer **Eingabe** ergibt, da diese aus n Ausdrücken e_1, \dots, e_n besteht, kann man einen Konstruktionsschritt überspringen und gleich folgende Schablone verwenden:

```
(cond
  (( $e_1?$ ) ...)
  ...
  (( $e_n?$ ) ...))
```

wobei jedes $e_i?$ ein Ausdruck ist, der die o.g. Eingabe auf Gleichheit mit e_i testet.

Auch hier gilt: Man muss dies nicht tun, aber es wird dadurch vielleicht klarer, woraus sich die Schablone ergibt.

Informatik I

Jan-Georg
Smaus

Wiederholung

Die Sorten
boolean und
string

Verzweigungen

Ausgabesorte
Eingabesorte
Ohne Sorte

Anleitung
Semantik

Weitere Formen
von
Verzweigungen

Verzweigungen
mit booleschen
Operatoren
Verbesserte
Signaturen

Konstruktionsanleitung 2: Fallunterscheidung

Nochmals allgemein

Wenn sich die Fallunterscheidung nicht direkt aus einer Sorte ergibt, sondern allgemein aus der Problembeschreibung (Datenanalyse), dann verwende zunächst die allgemeine Form:

Schablone zur Verwendung im Prozedurrumpf

```
(cond
  (... ...)
  ...
  (... ...))
```

(n Zweige bei n Kategorien)

Informatik I

Jan-Georg
Smaus

Wiederholung

Die Sorten
boolean und
string

Verzweigungen

Ausgabesorte
Eingabesorte
Ohne Sorte

Anleitung
Semantik

Weitere Formen
von
Verzweigungen

Verzweigungen
mit booleschen
Operatoren

Verbesserte
Signaturen

Konstruktionsanleitung 2: Fallunterscheidung

Nochmals allgemein

Wenn sich die Fallunterscheidung nicht direkt aus einer Sorte ergibt, sondern allgemein aus der Problembeschreibung (Datenanalyse), dann verwende zunächst die allgemeine Form:

Schablone zur Verwendung im Prozedurrumpf

```
(cond
  (... ...)
  ...
  (... ...))
```

(n Zweige bei n Kategorien)

Bemerkung: da die Bedingungen in jedem Fall die **Eingabe** und nicht die Ausgabe betreffen, ist es tendentiell vorzuziehen, die Verzweigung von der **Eingabe** leiten zu lassen.

Informatik I

Jan-Georg
Smaus

Wiederholung

Die Sorten
boolean und
string

Verzweigungen

Ausgabesorte
Eingabesorte
Ohne Sorte

Anleitung
Semantik

Weitere Formen
von
Verzweigungen

Verzweigungen
mit booleschen
Operatoren
Verbesserte
Signaturen

MANTRA #6 (Datenanalyse)

Beginne mit einer Datenanalyse und wähle ausgehend davon die passende Konstruktionsanleitung.

Zur Erinnerung: Das Substitutionsmodell

- Ein Literal ist ein Wert.
- Ein Lambda-Ausdruck ist ein Wert.
- Eine freie Variable wird durch ihre `define`-Bindung (einen Wert) ersetzt.
- Zur Berechnung des Wertes einer Applikation

$(\langle operator \rangle \langle operand \rangle_1 \dots \langle operand \rangle_n)$

werden zuerst der Wert v_0 von $\langle operator \rangle$, sowie die Werte v_1, \dots, v_n der Operanden bestimmt.

- 1 Ist v_0 primitiver Operator, so wird er auf v_1, \dots, v_n angewendet.
- 2 Ist $v_0 = (\text{lambda } (x_1 \dots x_n) e)$, so wird in e jedes freie Vorkommen von x_1 durch v_1 , x_2 durch v_2 usw. ersetzt und der Wert des entstehenden Ausdrucks ermittelt.
- 3 Andernfalls: Laufzeitfehler!

Verzweigungen sind ein Spezialfall!

Die Semantik von `cond` ist auf spezielle Weise definiert.
Insbesondere

- ist es uns nicht egal, in welcher **Reihenfolge** die Teilausdrücke ausgewertet werden;
- ist es **nicht** so, dass bei einem Zweig

$(t_i \ e_i)$

der „Operator“ t_i auf den „Operanden“ e_i angewendet würde, wie es laut Substitutionsmodell eigentlich sein müsste. Das würde überhaupt keinen Sinn ergeben!

Wir sagen: Die `cond`-Form ist eine **Spezialform**.

Wie ist es also? ...

Informatik I

Jan-Georg
Smaus

Wiederholung

Die Sorten
boolean und
string

Verzweigungen

Ausgabesorte
Eingabesorte

Ohne Sorte
Anleitung

Semantik

Weitere Formen
von
Verzweigungen

Verzweigungen
mit booleschen
Operatoren

Verbesserte
Signaturen

Semantik der Verzweigung

Der Wert des Ausdrucks

```
(cond
  (t1 e1)
  :
  (tn en))
```

wird folgendermaßen bestimmt:

- Zuerst wird t_1 ausgewertet und das Ergebnis ist der Wert von e_1 , falls der Wert von $t_1 = \#t$ ist;
- **andernfalls** wird t_2 ausgewertet und das Ergebnis ist der Wert von e_2 , falls der Wert von $t_2 = \#t$ ist;
- ...
- **andernfalls** wird t_n ausgewertet und das Ergebnis ist der Wert von e_n , falls der Wert von $t_n = \#t$ ist;
- **andernfalls** ist der Wert des Ausdrucks undefiniert.

Informatik I

Jan-Georg
Smaus

Wiederholung

Die Sorten
boolean und
string

Verzweigungen

Ausgabesorte
Eingabesorte

Ohne Sorte
Anleitung

Semantik

Weitere Formen
von
Verzweigungen

Verzweigungen
mit booleschen
Operatoren

Verbesserte
Signaturen

Zwei Aspekte von Semantik

- Wir haben in unserer Definition der Semantik zwei Aspekte vermischt:
 - **Was** ist der Wert einer Verzweigung?
 - **Wie** wird er berechnet?
- Warum ist die Reihenfolge der Auswertung der Zweige wichtig?

Informatik I

Jan-Georg
Smaus

Wiederholung

Die Sorten
boolean und
string

Verzweigungen

Ausgabesorte
Eingabesorte
Ohne Sorte
Anleitung

Semantik

Weitere Formen
von
Verzweigungen
Verzweigungen
mit booleschen
Operatoren
Verbesserte
Signaturen

Zwei Aspekte von Semantik

- Wir haben in unserer Definition der Semantik zwei Aspekte vermischt:
 - **Was** ist der Wert einer Verzweigung?
 - **Wie** wird er berechnet?
- Warum ist die Reihenfolge der Auswertung der Zweige wichtig?
 - Effizienz: Wenn t_i zu $\#t$ auswertet, ist die Auswertung aller weiteren Zweige eine Ressourcenverschwendung.
 - Bedeutung: der Wert einer Verzweigung ergibt sich immer aus dem Wert des textuell **ersten** Zweiges, für den sich der Test zu $\#t$ auswertet. Fortgeschrittene Programmierer nutzen diese Tatsache auch aus.

Informatik I

Jan-Georg
Smaus

Wiederholung

Die Sorten
boolean und
string

Verzweigungen

Ausgabesorte
Eingabesorte
Ohne Sorte
Anleitung

Semantik

Weitere Formen
von
Verzweigungen
Verzweigungen
mit booleschen
Operatoren
Verbesserte
Signaturen

Bisherige Form

```
(cond
  (t1 e1)
  ⋮
  (tn-1 en-1)
  (tn en))
```

Form mit else

```
(cond
  (t1 e1)
  ⋮
  (tn-1 en-1)
  (else en))
```

Für unsere Konstruktionsanleitung 2 bedeutet dies:
Der letzte Zweig darf ein `else`-Zweig sein, falls die vorangegangenen Tests alles außer der letzten Kategorie abdecken.

Der Wert des Ausdrucks

```
(cond
  (t1 e1)
  ⋮
  (tn-1 en-1)
  (else en))
```

wird folgendermaßen bestimmt:

- ...
- **andernfalls** wird t_{n-1} ausgewertet und das Ergebnis ist der Wert von e_{n-1} , falls der **Wert** von $t_{n-1} = \#t$ ist;
- **andernfalls** ist der Wert des Ausdrucks der Wert von e_n .

Binäre Verzweigungen

Betrachten wir wieder das Programm für den Absolutbetrag (hier mit `else` geschrieben):

```
(: absolute (real -> real))  
(define absolute  
  (lambda (x)  
    (cond  
      ((>= x 0) x)  
      (else (- x))))))
```

Hier haben wir eine Verzweigung mit genau **zwei** Zweigen.

Hierfür gibt es eine Spezialsyntax:

```
(define absolute  
  (lambda (x)  
    (if (>= x 0)  
        x  
        (- x))))
```

Informatik I

Jan-Georg
Smaus

Wiederholung

Die Sorten
boolean und
string

Verzweigungen

Ausgabesorte
Eingabesorte
Ohne Sorte
Anleitung
Semantik

Weitere Formen
von
Verzweigungen

Verzweigungen
mit booleschen
Operatoren
Verbesserte
Signaturen

Binäre Verzweigungen allgemein

Im Allgemeinen sieht eine binäre Verzweigung folgendermaßen aus:

```
(if <test> <konsequenz> <alternative>)
```

wobei $\langle test \rangle$, $\langle konsequenz \rangle$ und $\langle alternative \rangle$ jeweils Ausdrücke sind, und $\langle test \rangle$ ein Ergebnis der Sorte `boolean` liefern muss.

Auswertungsregel:

- Zuerst Bedingung $\langle test \rangle$ auswerten.
- Ergebnis:
 - Wert von $\langle konsequenz \rangle$, falls Bedingung `#t`
 - Wert von $\langle alternative \rangle$, falls Bedingung `#f`

Binäre Verzweigung: Beispiel für Auswertung

```
(define x 7)
(if (not (zero? x)) (/ 1 x) 0)
```

Informatik I

Jan-Georg
Smaus

Wiederholung

Die Sorten
boolean und
string

Verzweigungen

Ausgabesorte
Eingabesorte
Ohne Sorte
Anleitung
Semantik

Weitere Formen
von
Verzweigungen

Verzweigungen
mit booleschen
Operatoren
Verbesserte
Signaturen

Binäre Verzweigung: Beispiel für Auswertung

```
(define x 7)
  (if (not (zero? x)) (/ 1 x) 0)
=> (if (not (zero? 7)) (/ 1 x) 0)
=> (if (not #f) (/ 1 x) 0)
=> (if #t (/ 1 x) 0)
=> (/ 1 x)
=> (/ 1 7)
=> 1/7
```

Informatik I

Jan-Georg
Smaus

Wiederholung

Die Sorten
boolean und
string

Verzweigungen

Ausgabesorte
Eingabesorte
Ohne Sorte
Anleitung
Semantik

Weitere Formen
von
Verzweigungen

Verzweigungen
mit booleschen
Operatoren
Verbesserte
Signaturen

Simulation von cond

Die cond-Form ist scheinbar allgemeiner als das if. Allerdings lässt sich ein cond durch verschachtelte ifs simulieren:

```
(cond (t1 e1)
      (t2 e2)
      :
      (tn-1 en-1)
      (else en))
```

ist äquivalent zu

```
(if t1 e1
    (if t2 e2
        ...
        (if tn-1 en-1 en)))
```

Wir nennen die cond-Form daher eine **abgeleitete Form** (**syntaktischer Zucker**).

Informatik I

Jan-Georg
Smaus

Wiederholung

Die Sorten
boolean und
string

Verzweigungen

Ausgabesorte
Eingabesorte
Ohne Sorte
Anleitung
Semantik

Weitere Formen
von
Verzweigungen

Verzweigungen
mit booleschen
Operatoren
Verbesserte
Signaturen

Milde Temperaturen

Betrachten wir folgendes Problem:

Aufgabe: Milde einer Temperatur feststellen

Eingabe: Lufttemperatur t

Ausgabe: #t, falls t zwischen 4°C und 12°C liegt, #f sonst.

Das Gerüst:

```
; feststellen, ob Temperatur mild ist  
(: temperature-mild? (real -> boolean))
```

Bemerkung: Per Konvention hat eine Prozedur mit Ausgabesorte `bool` (boolesche Prozedur) das Suffix `?`, da sie gleichsam eine ja/nein-Frage beantwortet.

Informatik I

Jan-Georg
Smaus

Wiederholung

Die Sorten
boolean und
string

Verzweigungen

Ausgabesorte
Eingabesorte

Ohne Sorte
Anleitung

Semantik

Weitere Formen
von
Verzweigungen

Verzweigungen
mit booleschen
Operatoren

Verbesserte
Signaturen

Milde Temperaturen: Konstruktion

Aus der Sorte der Ausgabe folgt gemäß Konstruktionsanleitung 2 die Schablone

```
(lambda (t)
  (if ...
    #t
    #f)))
```

Doch wie sieht der Test aus?

Informatik I

Jan-Georg
Smaus

Wiederholung

Die Sorten
boolean und
string

Verzweigungen

Ausgabesorte
Eingabesorte

Ohne Sorte
Anleitung
Semantik

Weitere Formen
von
Verzweigungen

Verzweigungen
mit booleschen
Operatoren

Verbesserte
Signaturen

Milde Temperaturen: Konstruktion

Aus der Sorte der Ausgabe folgt gemäß Konstruktionsanleitung 2 die Schablone

```
(lambda (t)
  (if ...
    #t
    #f)))
```

Doch wie sieht der Test aus?

Verwende den Operator **logisches Und** um „zwischen 4°C und 12°C“ auszudrücken.

```
(define temperature-mild?
  (lambda (t)
    (if (and (>= t 4) (<= t 12))
        #t
        #f)))
```

Informatik I

Jan-Georg
Smaus

Wiederholung

Die Sorten
boolean und
string

Verzweigungen

Ausgabesorte
Eingabesorte

Ohne Sorte
Anleitung
Semantik

Weitere Formen
von
Verzweigungen

Verzweigungen
mit booleschen
Operatoren

Verbesserte
Signaturen

Milde Temperatur ohne if

Beobachtung: Der Ausdruck `(and (>= t 4) (<= t 12))` liefert schon das gewünschte Ergebnis:

```
; feststellen, ob Temperatur mild ist
(: temperature-mild? (real -> boolean))
(define temperature-mild?
  (lambda (t)
    (and (>= t 4) (<= t 12))))
```

Das ist allgemein so:

```
(if <test> #t #f)
```

ist äquivalent zu `<test>`. D.h. für boolesche Prozeduren braucht man gar kein `cond` oder `if`.

Informatik I

Jan-Georg
Smaus

Wiederholung

Die Sorten
boolean und
string

Verzweigungen

Ausgabesorte
Eingabesorte

Ohne Sorte
Anleitung
Semantik

Weitere Formen
von
Verzweigungen

Verzweigungen
mit booleschen
Operatoren
Verbesserte
Signaturen

Unangenehme Temperaturen

Betrachten wir folgendes Problem:

Aufgabe: Unannehmlichkeit einer Temperatur feststellen

Eingabe: Lufttemperatur t

Ausgabe: #t, falls t unter -10° oder über 40° liegt, #f sonst.

Das Gerüst:

```
; feststellen, ob Temperatur unangenehm ist
(: temperature-uncomfortable? (real -> boolean))

; feststellen, ob Temperatur unangenehm
(: temperature-uncomfortable? (real -> boolean))
(define temperature-uncomfortable?
  (lambda (t)
    (or (< t -10) (> t 40))))
```

Konstruktion nach gleichem Prinzip wie temperature-mild?

Informatik I

Jan-Georg
Smaus

Wiederholung

Die Sorten
boolean und
string

Verzweigungen

Ausgabesorte
Eingabesorte

Ohne Sorte
Anleitung
Semantik

Weitere Formen
von
Verzweigungen

Verzweigungen
mit booleschen
Operatoren
Verbesserte
Signaturen

Auswertung logischer Operatoren

Logische Operatoren werden **nicht** nach der Funktionsanwendungsregel (Substitutionsmodell) ausgewertet, sondern von links nach rechts.

Logisches Und

```
(and t1 t2 ... tn)
```

ist äquivalent zu

```
(if t1 (if t2 (... (if tn-1 tn #f))) #f) #f)
```

Logisches Oder

```
(or t1 t2 ... tn)
```

ist äquivalent zu

```
(if t1 #t (if t2 #t (... (if tn-1 #t tn))))
```

Informatik I

Jan-Georg
Smaus

Wiederholung

Die Sorten
boolean und
string

Verzweigungen

Ausgabesorte
Eingabesorte

Ohne Sorte
Anleitung
Semantik

Weitere Formen
von
Verzweigungen

Verzweigungen
mit booleschen
Operatoren
Verbesserte
Signaturen

Verbesserte Signatur zu Aggregatzustand

Ein Nachtrag

Erinnern wir uns an das Programm zum Aggregatzustand:

```
; Aggregatzustand von Wasser bestimmen
(: water-phase (real -> phase))
(define water-phase
  (lambda (t)
    (cond
      ((< t 0) "solid")
      ((and (>= t 0) (<= t 100)) "liquid")
      ((> t 100) "gaseous"))))
```

Informatik I

Jan-Georg
Smaus

Wiederholung

Die Sorten
boolean und
string

Verzweigungen

Ausgabesorte
Eingabesorte

Ohne Sorte
Anleitung

Semantik

Weitere Formen
von

Verzweigungen
mit booleschen

Operatoren

Verbesserte
Signaturen

Geändertes/ergänzttes Programm

```
; eine Temperatur unter -273.18 Grad ist unmöglich
(: possible-temp? (real -> boolean))
(define possible-temp?
  (lambda (t) (>= t -273.18)))

(: water-phase ((predicate possible-temp?) -> phase))
; weiterer Testfall
(check-expect (water-phase -300.5) "solid")
; Signaturverletzung

(define water-phase
  ...; wie gehabt
```

Solche **Signaturverletzungen** werden von DrRacket (unter bestimmten Umständen) erkannt.

Informatik I

Jan-Georg
Smaus

Wiederholung

Die Sorten
boolean und
string

Verzweigungen

Ausgabesorte
Eingabesorte
Ohne Sorte
Anleitung
Semantik

Weitere Formen
von
Verzweigungen

Verzweigungen
mit booleschen
Operatoren

Verbesserte
Signaturen

Signaturverletzungen

- (water-phase -300.5) ist nicht etwa verboten/undefiniert, sondern hat den Wert "solid".
- Der Testfall wird demnach auch bestanden, aber es wird wegen der Signaturverletzung eine Warnung ausgegeben.
- Die Erkennung von Signaturverletzungen in DrRacket ist nicht perfekt.
- Doch selbst wenn sie perfekt wäre, was hat man davon?

Informatik I

Jan-Georg
Smaus

Wiederholung

Die Sorten
boolean und
string

Verzweigungen

Ausgesorte
Eingabesorte

Ohne Sorte
Anleitung

Semantik

Weitere Formen
von
Verzweigungen

Verzweigungen
mit booleschen
Operatoren

Verbesserte
Signaturen

Signaturverletzungen

- `(water-phase -300.5)` ist nicht etwa verboten/undefiniert, sondern hat den Wert `"solid"`.
- Der Testfall wird demnach auch bestanden, aber es wird wegen der Signaturverletzung eine Warnung ausgegeben.
- Die Erkennung von Signaturverletzungen in DrRacket ist nicht perfekt.
- Doch selbst wenn sie perfekt wäre, was hat man davon? Man wird gewarnt, wenn eine Prozedur mit unsinnigen Argumenten aufgerufen wird und demnach möglicherweise unsinnige Ergebnisse produziert. Etwa wenn ein physikalischer Ignorant unser Programm um

```
(define rock-hard  
  (water-phase -290))
```

erweitert.

Informatik I

Jan-Georg
Smaus

Wiederholung

Die Sorten
boolean und
string

Verzweigungen

Ausgabesorte
Eingabesorte
Ohne Sorte
Anleitung
Semantik

Weitere Formen
von
Verzweigungen

Verzweigungen
mit booleschen
Operatoren

Verbesserte
Signaturen

- Die Sorten `boolean` und `string`
- Verzweigungen: `cond` und `if`
- Konstruktionen für Fallunterscheidungen
 - Anhand der Ausgabesorte
 - Anhand der Eingabesorte
 - Ohne Hilfe der Sorte
 - Semantik von `cond` und `if`
- Logische Operatoren und ihre Auswertung: `and`, `or`, `not`