

Constraint-Satisfaction-Probleme

B. Nebel, S. Wöflf
R. Mattmüller, M. Westphal
Wintersemester 2009/2010

Universität Freiburg
Institut für Informatik

Übungsblatt 7

Abgabe: 9. Dezember 2009

Aufgabe 7.1 (2 Punkte)

Sei $F = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ eine endliche Menge von zeilenkonvexen Zeilenvektoren der Länge k mit Einträgen aus $\{0, 1\}$, so dass je zwei Vektoren aus F an mindestens einer Position einen 1-Eintrag gemeinsam haben. Zeigen Sie, dass dann alle Zeilenvektoren in F an mindestens einer Position einen 1-Eintrag gemeinsam haben.

Aufgabe 7.2 (3 Punkte)

Das BETWEENNESS-Entscheidungsproblem ist das Problem, gegeben eine endliche Menge A und eine endliche Menge C von geordneten Tripeln (a, b, c) von paarweise verschiedenen Elementen von A zu entscheiden, ob es eine bijektive Abbildung $f_A : A \rightarrow \{1, \dots, |A|\}$ gibt, so dass für alle $(a, b, c) \in C$ entweder $f_A(a) < f_A(b) < f_A(c)$ oder $f_A(c) < f_A(b) < f_A(a)$ gilt. Das BETWEENNESS-Problem ist NP-schwer.

Für eine total geordnete Menge D mit Ordnung $<_D$ ist $B_D = \{(a, b, c) \in D^3 \mid a <_D b <_D c \text{ oder } c <_D b <_D a\}$. Zeigen Sie durch Reduktion von BETWEENNESS, dass $\text{CSP}(\{B_{\mathbb{Q}}\})$ intractable ist.

Aufgabe 7.3 (1+1+1 Punkte)

Bestimmen Sie die Relationen, die durch die folgenden Gadgets repräsentiert werden:

- (a) Domain $D = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ mit der natürlichen Ordnung $<$, Variablen $\{v, w, z\}$, Constraints $((v, w), <)$ und $((w, z), <)$, sowie Construction Site (v, z) .
- (b) Domain $D = \{R, G, B, Y\}$, Variablen $\{a, b, c, d\}$, Constraints $((a, b), \neq)$, $((b, c), \neq)$, $((c, d), \neq)$, $((a, c), \neq)$ und $((b, d), \neq)$, sowie Construction Site (a, d) .
- (c) Domain $D = \{0, 1, 2, 3, 4\}$, Variablen $\{x, y, z, v, w\}$, Constraints $x + 2y + 3z \equiv 4 \pmod{5}$, $2x + z + 3w \equiv 1 \pmod{5}$, $z \equiv 3 \pmod{5}$, $v + 4y \equiv 2 \pmod{5}$ und $x + y + z + v + w \equiv 0 \pmod{5}$ (Kongruenz modulo 5), sowie Construction Site $\{x, z, w\}$.