Handlungsplanung

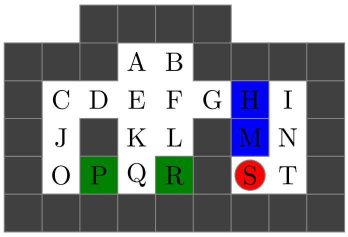
M. Helmert
G. Röger, P. Eyerich
Wintersemester 2008/2009

Universität Freiburg
Institut für Informatik

Übungsblatt 12

Abgabe: 27. Januar 2009

Aufgabe 12.1 (Additive Patterns und kanonische Heuristik, 2+2+1 Punkte)
Gegeben ist das folgende, bereits bekannte Sokoban-Problem (neu ist nur die vorgegebene Bezeichnung der Felder):



Betrachten Sie die Finite-Domain-Repräsentation mit den Variablen $\mathit{position}_p$, $\mathit{position}_{s_1}$, $\mathit{position}_{s_2}$, $\mathit{at\text{-}goal}_{s_1}$, $\mathit{at\text{-}goal}_{s_2}$, $\mathit{content}_A$, $\mathit{content}_B, \dots, \mathit{content}_T$ und den folgenden Wertebereichen:

- $\mathcal{D}_{\mathit{position}_p} = \mathcal{D}_{\mathit{position}_{s_1}} = \mathcal{D}_{\mathit{position}_{s_2}} = \{A, B, \dots, T\}$
- $\mathcal{D}_{\mathit{at\text{-}goal}_{s_1}} = \mathcal{D}_{\mathit{at\text{-}goal}_{s_2}} = \{\mathrm{true}, \mathrm{false}\}$
- $\mathcal{D}_{\mathit{content}_A} = \dots = \mathcal{D}_{\mathit{content}_T} = \{\mathrm{nothing}, p, s_1, s_2\}$

Der Anfangszustand ist gegeben durch

- $\mathit{position}_p = S, \mathit{position}_{s_1} = M, \mathit{position}_{s_2} = H, \mathit{at\text{-}goal}_{s_1} = \mathit{at\text{-}goal}_{s_2} = \mathrm{false}$
- $\mathit{content}_H = s_2, \mathit{content}_M = s_1, \mathit{content}_S = p$
- $\mathit{content}_X = \mathrm{nothing}$ für $X \in \{A, \dots, T\} \setminus \{H, M, S\}$

Die Zielformel ist $\mathit{at\text{-}goal}_{s_1} = \mathrm{true} \land \mathit{at\text{-}goal}_{s_2} = \mathrm{true}$. Die Planungsaufgabe enthält die für Sokoban bekannten *move*- und *push*-Aktionen.

Betrachten Sie die Patternsammlung $\mathcal{C}$, die genau die folgenden Patterns enthält:

$$
\begin{aligned}
P_1 &= \{\mathit{at\text{-}goal}_{s_2}\}\\
P_2 &= \{\mathit{at\text{-}goal}_{s_1}, \mathit{position}_{s_1}\}\\
P_3 &= \{\mathit{at\text{-}goal}_{s_2}, \mathit{position}_{s_2}\}\\
P_4 &= \{\mathit{at\text{-}goal}_{s_1}, \mathit{position}_{s_1}, \mathit{position}_p\}\\
P_5 &= \{\mathit{position}_{s_1}, \mathit{position}_p\}\\
P_6 &= \{\mathit{at\text{-}goal}_{s_1}, \mathit{content}_H\}\\
P_7 &= \{\mathit{at\text{-}goal}_{s_1}, \mathit{content}_G\}\\
P_8 &= \{\mathit{at\text{-}goal}_{s_2}, \mathit{content}_D\}\\
P_9 &= \{\mathit{content}_A, \mathit{content}_E\}\\
P_{10} &= \{\mathit{at\text{-}goal}_{s_1}, \mathit{content}_Q\}
\end{aligned}
$$

(a) Erstellen Sie den Kompatibilitätsgraphen für $\mathcal{C}$ und bestimmen Sie die maximalen Cliquen.

(b) Geben Sie die kanonische Heuristik $h^{\mathcal{C}}$ an und vereinfachen Sie sie soweit möglich.

(c) Nicht alle Patterns in $\mathcal{C}$ sind sinnvoll. Welche könnte man offensichtlich von vorneherein weglassen und warum? Wie würde die kanonische Heuristik aussehen, wenn man diese Patterns gleich zu Beginn gestrichen hätte?

Aufgabe 12.2 (Constrained Pattern Databases, 2+3 Punkte)

Sei Π eine FDR–Planungsaufgabe mit Variablenmenge V und Zustandsmenge S. Sei außerdem $P \subseteq V$ ein Pattern und φ eine Invariante von Π (also eine Formel, so dass für alle vom Startzustand aus erreichbaren Zustände $s \in S$ gilt: $s \models \varphi$). S' sei die Menge der Zustände über P.
Die Projektion $\pi_P^\varphi : S \to S' \cup \{\perp\}$ ist definiert als

$$\pi_P^\varphi = \begin{cases} \pi_P(s) & \text{wenn } s \models \varphi \\ \perp & \text{wenn } s \not\models \varphi \end{cases}$$

Betrachten Sie die folgende Formalisierung des 15-Puzzles als SAS$^+$–Planungsaufgabe $\Pi = \langle V, I, O, G\rangle$:

- $V = \{b, t_1, \ldots, t_{15}\}, \mathcal{D}_b = \mathcal{D}_{t_i} = \{1, \ldots, 16\}$ für $1 \leq i \leq 15$
- $I \in S$, so dass G erreichbar von S
- O enthält die Operatoren
  - $\text{move}_{\text{up}} = \langle (t_x = i) \wedge (b = i + 4), (t_x := i + 4) \wedge (b := i)\rangle$ für $1 \leq x \leq 15$ und $1 \leq i \leq 12$
  - $\text{move}_{\text{down}} = \langle (t_x = i) \wedge (b = i - 4), (t_x := i - 4) \wedge (b := i)\rangle$ für $1 \leq x \leq 15$ und $5 \leq i \leq 16$
  - $\text{move}_{\text{left}} = \langle (t_x = i) \wedge (b = i + 1), (t_x := i + 1) \wedge (b := i)\rangle$ für $1 \leq x \leq 15$ und $i \in \{1, \ldots, 15\} \setminus \{4, 8, 12, 16\}$
  - $\text{move}_{\text{right}} = \langle (t_x = i) \wedge (b = i - 1), (t_x := i - 1) \wedge (b := i)\rangle$ für $1 \leq x \leq 15$ und $i \in \{1, \ldots, 15\} \setminus \{1, 5, 9, 13\}$
- $G = (b = 16) \wedge \bigwedge_{1 \leq i \leq 15} (t_i = i)$

Sei $T'_1, \ldots, T'_{15}$ die Partitionierung, bei der sich jedes Plättchen in einer eigenen Menge befindet (also $T'_1 = \{t_1\}, T'_2 = \{t_2\}, \ldots, T'_{15} = \{t_{15}\}$). Die Manhattan-Distanz h^{MD} ist definiert als $h^{T'_1} + \cdots + h^{T'_{15}}$.

Sei $T_1 = \{t_1, \ldots, t_5\}$, $T_2 = \{t_6, \ldots, t_{10}\}$, $T_3 = \{t_{11}, \ldots, t_{15}\}$ eine Partitionierung von $\{t_1, \ldots, t_{15}\}$ und $\varphi = \bigwedge_{1 \leq i < j \leq 15} \neg(t_i = t_j) \wedge \bigwedge_{1 \leq i \leq 15} \neg(b = t_i)$ (φ steht also für die Invariante, die besagt, dass niemals ein Plättchen an der selben Stelle wie ein anderes Plättchen oder das leere Feld ist). Dies liegt daran, das in dem von $\pi_{T_i}^\varphi$
Zeigen Sie, dass für alle erreichbaren Zustände $s \in S$ gilt:

- $h^{T_1} + h^{T_2} + h^{T_3} = h^{\text{MD}}$
- $h_\varphi^{T_1} + h_\varphi^{T_2} + h_\varphi^{T_3} \geq h^{\text{MD}}$ und für mindestens einen Zustand $s \in S : h_\varphi^{T_1} + h_\varphi^{T_2} + h_\varphi^{T_3} > h^{\text{MD}}$

Die Übungsblätter dürfen in Gruppen von zwei Studenten bearbeitet werden. Bitte schreiben Sie beide Namen auf Ihre Lösung.