

Logik für Informatiker (Diplom)

Prof. Dr. B. Nebel, Prof. Dr. W. Burgard
Wintersemester 2007/2008

Universität Freiburg
Institut für Informatik

Übungsblatt 8

Abgabe: Dienstag, 18. Dezember 2007

Aufgabe 8.1 (Herbrand-Modelle)

Sei $F = \forall x(P(c) \wedge (\neg P(x) \vee \neg P(h(x))) \wedge \neg P(d))$ und $\mathcal{A} = (U_{\mathcal{A}}, I_{\mathcal{A}})$ mit $U_{\mathcal{A}} = \{1, 2\}$, $h^{\mathcal{A}}(u) = 3 - u$ für $u \in U_{\mathcal{A}}$, $c^{\mathcal{A}} = 1$, $d^{\mathcal{A}} = 2$ und $P^{\mathcal{A}} = \{1\}$.

Es gilt $\mathcal{A} \models F$. In dem Beweis aus der Vorlesung, dass eine Aussage in Skolemform genau dann erfüllbar ist, wenn sie ein Herbrand-Modell besitzt, wird aus einem beliebigen Modell ein Herbrand-Modell konstruiert. Vollziehen Sie diese Konstruktion anhand von F und \mathcal{A} nach.

Aufgabe 8.2 (Grundresolution)

Zeigen Sie mittels Grundresolution:

- (a) $\forall x \forall y (R(f(x, g(y))) \wedge \neg R(f(g(x), y)))$ ist unerfüllbar.
- (b) $\forall x \forall y R(x, g(y)) \rightarrow \exists z R(z, z)$ ist allgemeingültig.
- (c) $\{\forall x (P(x) \rightarrow R(x, g(c))), P(c)\} \models \exists y R(c, y)$

Aufgabe 8.3 (Erfüllbarkeit in endlichen Modellen)

Zeigen Sie, dass

$\{F \text{ prädikatenlogische Formel} \mid \text{ex. } \mathcal{A} = (U_{\mathcal{A}}, I_{\mathcal{A}}) \text{ mit } \mathcal{A} \models F \text{ und } |U_{\mathcal{A}}| < \infty\}$

semi-entscheidbar ist.

Aufgabe 8.4 (Prädikatenlogik mit Identität)

In der Prädikatenlogik mit Identität wird das zweistellige Prädikatensymbol = immer als *Gleichheit* interpretiert. Genauer: Zur Definition der Syntax und Semantik der Prädikatenlogik wird folgendes hinzugefügt:

Syntax: Sind t_1 und t_2 Terme, so ist $(t_1 = t_2)$ eine Formel.

Semantik: $\mathcal{A} \models (t_1 = t_2)$ gdw. $\mathcal{A}(t_1) = \mathcal{A}(t_2)$.

Sei $n > 1$. Geben Sie eine geschlossene prädikatenlogische Formel F_n mit Identität an, so dass für alle zu F_n passenden Strukturen \mathcal{A} gilt: $\mathcal{A} \models F_n$ gdw. $|U_{\mathcal{A}}| = n$.

Die Übungsblätter dürfen und sollten in Gruppen von zwei Studenten bearbeitet werden. Bitte schreiben Sie beide Namen auf Ihre Lösung.