

## Logik für Informatiker (Diplom)

Prof. Dr. B. Nebel, Prof. Dr. W. Burgard  
Wintersemester 2007/2008

Universität Freiburg  
Institut für Informatik

### Übungsblatt 8

Abgabe: Dienstag, 18. Dezember 2007

#### Aufgabe 8.1 (Herbrand-Modelle)

Sei  $F = \forall x(P(c) \wedge (\neg P(x) \vee \neg P(h(x))) \wedge \neg P(d))$  und  $\mathcal{A} = (U_{\mathcal{A}}, I_{\mathcal{A}})$  mit  $U_{\mathcal{A}} = \{1, 2\}$ ,  $h^{\mathcal{A}}(u) = 3 - u$  für  $u \in U_{\mathcal{A}}$ ,  $c^{\mathcal{A}} = 1$ ,  $d^{\mathcal{A}} = 2$  und  $P^{\mathcal{A}} = \{1\}$ .

Es gilt  $\mathcal{A} \models F$ . In dem Beweis aus der Vorlesung, dass eine Aussage in Skolemform genau dann erfüllbar ist, wenn sie ein Herbrand-Modell besitzt, wird aus einem beliebigen Modell ein Herbrand-Modell konstruiert. Vollziehen Sie diese Konstruktion anhand von  $F$  und  $\mathcal{A}$  nach.

#### Aufgabe 8.2 (Grundresolution)

Zeigen Sie mittels Grundresolution:

- (a)  $\forall x \forall y (R(f(x, g(y))) \wedge \neg R(f(g(x), y)))$  ist unerfüllbar.
- (b)  $\forall x \forall y R(x, g(y)) \rightarrow \exists z R(z, z)$  ist allgemeingültig.
- (c)  $\{\forall x (P(x) \rightarrow R(x, g(c))), P(c)\} \models \exists y R(c, y)$

#### Aufgabe 8.3 (Erfüllbarkeit in endlichen Modellen)

Zeigen Sie, dass

$\{F \text{ prädikatenlogische Formel} \mid \text{ex. } \mathcal{A} = (U_{\mathcal{A}}, I_{\mathcal{A}}) \text{ mit } \mathcal{A} \models F \text{ und } |U_{\mathcal{A}}| < \infty\}$

semi-entscheidbar ist.

#### Aufgabe 8.4 (Prädikatenlogik mit Identität)

In der Prädikatenlogik mit Identität wird das zweistellige Prädikatensymbol = immer als *Gleichheit* interpretiert. Genauer: Zur Definition der Syntax und Semantik der Prädikatenlogik wird folgendes hinzugefügt:

*Syntax:* Sind  $t_1$  und  $t_2$  Terme, so ist  $(t_1 = t_2)$  eine Formel.

*Semantik:*  $\mathcal{A} \models (t_1 = t_2)$  gdw.  $\mathcal{A}(t_1) = \mathcal{A}(t_2)$ .

Sei  $n > 1$ . Geben Sie eine geschlossene prädikatenlogische Formel  $F_n$  mit Identität an, so dass für alle zu  $F_n$  passenden Strukturen  $\mathcal{A}$  gilt:  $\mathcal{A} \models F_n$  gdw.  $|U_{\mathcal{A}}| = n$ .

Die Übungsblätter dürfen und sollten in Gruppen von zwei Studenten bearbeitet werden. Bitte schreiben Sie beide Namen auf Ihre Lösung.