

Logik für Informatiker (Diplom)

Prof. Dr. B. Nebel, Prof. Dr. W. Burgard
Wintersemester 2007/2008

Universität Freiburg
Institut für Informatik

Übungsblatt 7

Abgabe: Dienstag, 11. Dezember 2007

Aufgabe 7.1 (Unendliche Modelle)

Sei *Ancestor* ein zweistelliges Prädikaten- und *mother* ein einstelliges Funktionssymbol und F die folgende Formel:

$$\forall x \text{Ancestor}(\text{mother}(x), x) \wedge \forall x \neg \text{Ancestor}(x, x) \wedge \\ \forall x \forall y \forall z ((\text{Ancestor}(z, y) \wedge \text{Ancestor}(y, x)) \rightarrow \text{Ancestor}(z, x))$$

Zeigen Sie, dass F erfüllbar ist, dass es aber kein Modell von F mit *endlichem* Universum gibt.

Aufgabe 7.2 (Postsches Korrespondenzproblem)

Betrachten Sie die Instanz $K = ((01, 0), (110010, 0), (1, 1111), (11, 01))$ des Postschen Korrespondenzproblems.

- Besitzt K eine Lösung? Geben Sie eine Lösung an oder zeigen Sie, warum K keine Lösung besitzen kann.
- Konstruieren Sie wie im Unentscheidbarkeitsbeweis für das Gültigkeitsproblem der Prädikatenlogik eine Formel F_K , die genau dann gültig ist, wenn K eine Lösung besitzt.

Aufgabe 7.3 (Herbrand-Strukturen)

Betrachten Sie die Formeln F und G :

$$F = \forall x \forall y (P(x, f(x, g(y))) \wedge P(h(y), f(y, y))) \\ G = \forall x (\neg P(x, x) \wedge P(x, g(x))).$$

- Geben Sie zehn möglichst kleine Terme aus dem Herbrand-Universum $D(F)$ von F und fünf möglichst kleine Terme aus dem Herbrand-Universum $D(G)$ von G an.
- Geben Sie Herbrand-Strukturen \mathcal{A} für F mit $\mathcal{A} \models F$ und \mathcal{B} für G mit $\mathcal{B} \models G$ an.

Aufgabe 7.4 (Herbrand-Expansion)

Geben Sie jeweils acht möglichst kleine Formeln aus den Herbrand-Expansionen der beiden folgenden geschlossenen Skolemformeln an:

- $F = \forall x \forall y (R(f(x), g(x, y)) \wedge Q(y))$
- $G = \forall x P(b, f(x), g(x))$

Die Übungsblätter dürfen und sollten in Gruppen von zwei Studenten bearbeitet werden. Bitte schreiben Sie beide Namen auf Ihre Lösung.