

Logik für Informatiker (Diplom)

Prof. Dr. B. Nebel, Prof. Dr. W. Burgard
Wintersemester 2007/2008

Universität Freiburg
Institut für Informatik

Übungsblatt 6

Abgabe: Dienstag, 4. Dezember 2007

Aufgabe 6.1 (Substitutionen / Gebundene Umbenennung)

Berechnen Sie die folgenden Substitutionen:

- (a) $(\forall xR(x, z))[x/a]$
- (b) $(\forall xR(x, z))[z/a]$
- (c) $(\forall xR(x, z))[z/f(x)]$
- (d) $P(x, f(y), z)[x/g(y, c)][y/d]$

Die runden Klammern um die ersten drei Formeln dienen nur dazu, deutlich zu machen, dass sich die Substitutionen auf die gesamten Formeln und nicht nur auf die inneren Teilformeln beziehen.

Aufgabe 6.2 (Pränexform)

Bringen Sie die folgenden Formeln in bereinigte Pränexform:

- (a) $F = \forall x \exists y R(x, f(y), z) \vee \neg \forall x P(x)$
- (b) $G = \forall x (\forall y \neg T(y, z) \rightarrow T(x, y))$

Aufgabe 6.3 (Skolemisierung I)

Bringen Sie die folgenden Formeln in Skolemform:

- (a) $F_1 = \forall x (\exists y R(x, y) \wedge \exists y R(y, x))$
- (b) $F_2 = \exists x \neg \exists y R(y, x)$
- (c) $F_3 = \forall x \forall z (R(x, z) \rightarrow \exists y (R(x, y) \wedge R(y, z)))$
- (d) $F_4 = \forall x \exists z (R(x, z) \wedge \neg \exists y (R(x, y) \wedge R(y, z)))$

Aufgabe 6.4 (Skolemisierung II)

Sei $\mathcal{A} = (U_{\mathcal{A}}, I_{\mathcal{A}})$ eine Struktur, so dass $I_{\mathcal{A}}$ genau für das zweistellige Prädikatsymbol R definiert ist. Für eine Funktion $f^{\mathcal{A}} : U_{\mathcal{A}} \rightarrow U_{\mathcal{A}}$ sei $\mathcal{A}' = (\mathcal{A}, f^{\mathcal{A}}) = (U_{\mathcal{A}}, I_{\mathcal{A}} \cup \{(f \mapsto f^{\mathcal{A}})\})$ die Struktur, die sich von \mathcal{A} nur darin unterscheidet, dass sie zusätzlich das einstellige Funktionssymbol f durch die Funktion $f^{\mathcal{A}}$ interpretiert. Zeigen Sie:

$\mathcal{A} \models \forall x \exists y R(x, y)$ gdw. es gibt ein $f^{\mathcal{A}} : U_{\mathcal{A}} \rightarrow U_{\mathcal{A}}$ mit $(\mathcal{A}, f^{\mathcal{A}}) \models \forall x R(x, f(x))$

Die Übungsblätter dürfen und sollten in Gruppen von zwei Studenten bearbeitet werden. Bitte schreiben Sie beide Namen auf Ihre Lösung.