Logik für Informatiker (Diplom)

Prof. Dr. B. Nebel, Prof. Dr. W. Burgard | Universität Freiburg
Wintersemester 2007/2008 | Institut für Informatik

Übungsblatt 4

Abgabe: Dienstag, 20. November 2007

Aufgabe 4.1 (Resolution)

(a) Berechnen Sie $\mathit{Res}(\{\{A,B,C\},\{\neg A,\neg B,D\},\{\neg C,\neg D\}\})$.
(b) Berechnen Sie $\mathit{Res}^*(\{\{A,B,C\},\{\neg A,B,D\},\{\neg C,\neg D\}\})$.
(c) Geben Sie für die Klauselmengen aus (a) und (b) jeweils eine erfüllende Belegung an.

Aufgabe 4.2 (Davis-Putnam-Verfahren)

Sie F eine Klauselmenge. Einheitsresolution und Pure-Literal-Eliminierung sind wie folgt definiert:

Einheitsresolution: Enthält F eine Klausel C, die nur aus einem Literal L besteht ($C = \{L\}$), so entferne aus F alle Klauseln C' mit $L \in C'$ und entferne aus allen Klauseln $C'' \in F$ mit $\overline{L} \in C''$ das Literal $\overline{L}$.

Pure-Literal-Eliminierung: Gibt es ein Atom A, das in F vorkommt, jedoch nur positiv oder negativ (d.h. in keiner Klausel $C \in F$ kommt $\neg A$ vor bzw. in keiner Klausel $C \in F$ kommt A vor), so streiche aus F alle Klauseln, die A bzw. $\neg A$ enthalten.

Betrachten Sie die Klauselmenge

$$F = \big\{\{A_1,\neg A_2\},\{\neg A_1,A_2\},\{A_2,\neg A_3\},\{A_4\},\{\neg A_4,\neg A_2,\neg A_3\},\{A_4,A_3\}\big\}.$$

Wenden Sie auf F solange wiederholt Einheitsresolution und Pure-Literal-Eliminierung an, bis keine der beiden Regeln mehr anwendbar ist und geben Sie die resultierende Klauselmenge an.

Aufgabe 4.3 (Endlichkeitssatz, Anwendung)

Zeigen Sie mit Hilfe des Endlichkeitssatzes, dass eine abzählbar unendliche Formelmenge $\mathfrak{M} = \{F_1, F_2, F_3, \ldots\}$ genau dann erfüllbar ist, wenn für unendlich viele $n \in \mathbb{N}$ die Formel $\bigwedge_{i=1}^{n} F_i$ erfüllbar ist.

Aufgabe 4.4 (Endlichkeitssatz, Beweis)

Sei $\mathcal{L} \subseteq \{0,1\}^*$ eine unendliche Menge von (endlich langen) Zeichenketten über $\{0,1\}$. Zeigen Sie analog zum Beweis des Endlichkeitssatzes, dass es ein unendliches Wort $w = a_0a_1a_2\cdots \in \{0,1\}^\omega$ gibt, so dass für alle $n \in \mathbb{N} \cup \{0\}$ ein $u \in \mathcal{L}$ existiert, so dass $a_0a_1\ldots a_{n-1}$ ein Anfangsstück von u ist, d. h. dass es ein $v \in \{0,1\}^*$ mit $a_0a_1\ldots a_{n-1} \cdot v = u$ gibt.

Hinweis: Konstruieren Sie induktiv Anfangsstücke $\tilde{w}_n = a_0 a_1 \dots a_{n-1}$ von w und argumentieren Sie damit, dass es nach jedem Konstruktionsschritt unendlich viele Elemente von $\mathcal{L}$ gibt, die $\tilde{w}_n$ als Anfangsstück haben.

Aufgabe 4.5 (Syntax der Prädikatenlogik)

(a) Welche der folgenden Zeichenketten sind Terme?
$g(g(f(c,d)),c)$ und $f(g(f(v,c)),d)$

(b) Welche der folgenden Zeichenketten sind prädikatenlogische Formeln?
$\forall v \forall v R(v)$, $\forall d P(d,d)$ und $\exists v(P(u,w) \wedge R(w))$

(c) Bestimmen Sie die Teilformeln von $\forall v(\neg P(v) \vee \exists w(Q(w) \wedge R(v,w)))$.

Die Übungsblätter dürfen und sollten in Gruppen von zwei Studenten bearbeitet werden. Bitte schreiben Sie beide Namen auf Ihre Lösung.