Logik für Informatiker (Diplom)

Prof. Dr. B. Nebel, Prof. Dr. W. Burgard — Universität Freiburg
Wintersemester 2007/2008 — Institut für Informatik

Übungsblatt 2

Abgabe: Dienstag, 6. November 2007

Aufgabe 2.1 (Logische Äquivalenz I)

Wieviele paarweise nicht logisch äquivalente aussagenlogische Formeln über den atomaren Formeln $A_1, A_2, \ldots, A_n$ gibt es? Begründen Sie.

Aufgabe 2.2 (Logische Äquivalenz II)

Zeigen oder widerlegen Sie mit Hilfe von Wahrheitstabellen die folgenden Behauptungen:

(a) $((A \wedge B) \rightarrow C) \equiv (\neg A \vee (\neg B \vee C))$

(b) $((A \rightarrow B) \rightarrow (\neg A \rightarrow \neg B)) \equiv (C \vee \neg C)$

Aufgabe 2.3 (Funktionale Vollständigkeit)

Eine Menge J von Junktoren heißt *funktional vollständig*, wenn es für jede aussagenlogische Formel F eine logisch äquivalente Formel F' gibt, die nur Junktoren aus J enthält.

Zusätzlich zu den Junktoren $\neg$, $\vee$, $\wedge$, $\rightarrow$ und $\leftrightarrow$ führen wir als abkürzende Schreibweise einen Junktor $|$ (NAND) wie folgt ein:

- **Syntax:** Sind F und G aussagenlogische Formeln, so ist auch $(F|G)$ eine aussagenlogische Formel.
- **Semantik:** $(F|G)$ ist eine Abkürzung für $\neg(F \wedge G)$, d.h. für eine Belegung α gilt $\alpha \models (F|G)$ gdw. $\alpha \not\models F$ oder $\alpha \not\models G$.

Zeigen Sie:

(a) Die Menge $\{\neg, \vee\}$ ist funktional vollständig.

(b) Die Menge $\{|\}$ ist funktional vollständig.

Die Übungsblätter dürfen und sollten in Gruppen von zwei Studenten bearbeitet werden. Bitte schreiben Sie beide Namen auf Ihre Lösung.