Spieltheorie

Prof. Dr. B. Nebel, Dr. M. Helmert
Wintersemester 2007/2008

Universität Freiburg
Institut für Informatik

Statt Übungsblatt 13: Klausur Sommersemester 2004

Abgabe: Keine Abgabe und Korrektur

Beachten Sie, dass die Bearbeitung dieser Aufgaben freiwillig ist und bei den Bonuspunkten für die Klausur am 15. Februar 2008 nicht mitgezählt wird. Der Umfang dieses Blattes unterschreitet den der Klausur von 2004 um zwei Aufgaben, deren Stoff dieses Mal nicht behandelt wurde.

Aufgabe 1 (Strategische Spiele)

Eine Gruppe von $n \geq 2$ Wählern veranstaltet eine Wahl unter drei Kandidaten. Jeder Wähler hat klare Vorstellungen, welchen Kandidaten er am besten, am zweitbesten und am drittbesten findet und kennt auch die Präferenzen der anderen Wähler. Die Wahl ist eine einfache Mehrheitsabstimmung, d.h. jeder Wähler gibt (gleichzeitig und geheim) seine Stimme für einen der Kandidaten ab, wobei der am häufigsten gewählte Kandidat gewinnt. Bei Gleichstand entscheidet ein faires Los.

(a) Formalisieren Sie die Situation als strategisches Spiel.
(b) Zeigen Sie, dass keiner der Wähler über eine schwach dominante Strategie verfügt, falls $n \geq 4$ gilt.

Aufgabe 2 (Nash-Gleichgewichte)

Beim Spiel „Treffen in der Mensa“ versuchen zwei Personen sich ohne vorherige Absprache in einer Mensa zu treffen, wobei die Flugplatz-Mensa (F) und die Mensa Institutsviertel (I) zur Auswahl stehen. Das Essen in den verschiedenen Mensen ist unterschiedlich gut. Wenn sich die beiden verpassen, vergeht ihnen der Appetit. Die Matrixform des Spiels ist folgende:

u_1, u_2	F	I
F	$1,1$	$0,0$
I	$0,0$	$2,2$

Bestimmen Sie alle Nash-Gleichgewichte in reinen und gemischten Strategien sowie deren Nutzenprofile.

Aufgabe 3 (LCPs)

In Zamonien wird gerne das Spiel „Stein – Schere – Papier“ gespielt. Ein Sieg mit *Stein* gilt dort als etwas unehrenhaft und ein Sieg mit *Papier* als besonders verwegen. Daher hat das zamonische „Stein – Schere – Papier“-Spiel folgende Matrixform:

u_1, u_2	Stein	Schere	Papier
Stein	$0, 0$	$1, -1$	$-3, 3$
Schere	$-1, 1$	$0, 0$	$2, -2$
Papier	$3, -3$	$-2, 2$	$0, 0$

(a) Geben Sie ein LCP an, mit Hilfe dessen sich Nash-Gleichgewichte in gemischten Strategien für das zamonische „Stein – Schere – Papier"-Spiel bestimmen lassen.
(b) Geben Sie eine Lösung für dieses LCP an.

Aufgabe 4 (Symmetrische Nullummenspiele)

Ein strategisches Zwei-Personen-Spiel $\langle \{1,2\}, (A_1, A_2), (u_1, u_2) \rangle$ heißt *symmetrisch*, falls beide Spieler über dieselben Aktionen verfügen ($A_1 = A_2$) und für alle $a_1 \in A_1$, $a_2 \in A_2$ gilt:

$$u_1(a_1, a_2) = u_2(a_2, a_1).$$

Zeigen Sie: Alle Nash-Gleichgewichte eines endlichen symmetrischen Nullsummenspiels haben das Nutzenprofil $(0, 0)$.

Aufgabe 5 (Teilspielperfekte Gleichgewichte)

Betrachten Sie das folgende extensive Spiel mit perfekter Information für drei Spieler:

- Zunächst wählt Spieler 1 die Aktion A oder B.
- Dann wählt Spieler 2 eine Zahl $x \in \{2, 3, 5, 7\}$.
- Dann wählt Spieler 3 eine Zahl $y \in \{2, 3, 5, 7\}$.
- Spieler 2 erhält den Nutzen $x \cdot y$. Spieler 3 erhält den Nutzen $|x - y|$. Spieler 1 erhält denselben Nutzen wie Spieler 2, wenn er A gewählt hat und denselben Nutzen wie Spieler 3, wenn er B gewählt hat.

Bestimmen Sie ein teilspielperfektes Gleichgewicht für dieses Spiel.