

Spieltheorie

Prof. Dr. B. Nebel, Dr. M. Helmert
Wintersemester 2007/2008

Universität Freiburg
Institut für Informatik

Übungsblatt 9

Abgabe: Montag, 14. Januar 2008

Aufgabe 9.1 (TPGs und Minimax-Algorithmus, 4 Punkte)

Sei $\Gamma = \langle \{1, 2\}, H, P, (u_i) \rangle$ ein endliches extensives Spiel mit perfekter Information mit den folgenden Eigenschaften:

- Γ ist ein Nullsummenspiel, d. h. $u_1(h) = -u_2(h)$ für alle $h \in Z$.
 - Die Spieler sind abwechselnd am Zug (beginnend mit Spieler 1), d. h. $P(h) = 1$ gdw. $|h|$ gerade ist für alle nichtterminalen Historien $h \in H \setminus Z$.
 - Alle Ausgänge werden unterschiedlich bewertet, d. h. für alle terminalen Historien $h, h' \in Z$ mit $h \neq h'$ gilt $u_1(h) \neq u_1(h')$.
- (a) Zeigen Sie: In Γ gibt es ein *eindeutiges* teilspielperfektes Gleichgewicht s^* .
- (b) Zeigen Sie: In allen nichtterminalen Historien $h \in H \setminus Z$ ist die Gleichgewichtsaktion $s_{P(h)}^*(h)$ genau die Aktion, die auch der Minimax-Algorithmus in dem von H definierten Zustandsraum unter der Bewertungsfunktion u_1 (bzw. u_2) wählen würde. (*Hinweis:* Der Minimax-Algorithmus wird z. B. in dem Lehrbuch *Artificial Intelligence: A Modern Approach* von Russell und Norvig beschrieben.)

Aufgabe 9.2 (Zufallszüge, 4 Punkte)

Ein *extensives Spiel mit perfekter Information und Zufallszügen* ist ein Tupel $\Gamma = \langle N, H, P, f_c, (u_i) \rangle$, wobei N , H und u_i wie bei extensiven Spielen definiert sind, die Spielerfunktion $P : H \rightarrow N \cup \{c\}$ auch den Wert c für einen Zufallsknoten annehmen kann, und für jedes $h \in H \setminus Z$ mit $P(h) = c$ die Funktion $f_c(\cdot|h)$ ein Wahrscheinlichkeitsmaß über $A(h)$ ist, wobei die Wahrscheinlichkeitsmaße $f_c(\cdot|h)$ für alle $h \in H$ unabhängig voneinander sind.

Strategien sind wie zuvor definiert. Der Ausgang eines Spieles bei gegebenem Strategieprofil ist ein Wahrscheinlichkeitsmaß über der Menge der terminalen Historien und U_i ist die erwartete Auszahlung für Spieler i .

- (a) Modellieren Sie die folgende Situation: In einem *sequentiellen Duell* haben zwei Spieler (1 und 2) abwechselnd die Gelegenheit, aufeinander zu schießen. Spieler 1 beginnt. Beide haben unendlich viele Kugeln zur Verfügung. In jedem Schritt kann der Spieler, der an der Reihe ist, entweder schießen oder nichts tun. Jeder Schuss von Spieler i trifft und tötet den Gegner mit Wahrscheinlichkeit p_i . Beide Spieler wollen ihrer eigene Überlebenswahrscheinlichkeit maximieren.
- (b) Zeigen Sie, dass die Strategieprofile, in denen (i) kein Spieler jemals schießt bzw. in denen (ii) beide Spieler immer schießen, teilspielperfekte Gleichgewichte sind.

Die Übungsblätter dürfen und sollten in Gruppen von zwei Studenten bearbeitet werden. Bitte schreiben Sie beide Namen auf Ihre Lösung.