Spieltheorie

Prof. Dr. B. Nebel, Dr. M. Helmert — Universität Freiburg
Wintersemester 2007/2008 — Institut für Informatik

Übungsblatt 4

Abgabe: Montag, 26. November 2007

Aufgabe 4.1 (Gemischte Nash-Gleichgewichte, 4 Punkte)

Die Luftwaffe von Kriegspartei 1 hat genau ein Kampfflugzeug, mit dem sie eines von drei möglichen Zielen angreifen kann. Die gegnerische Partei 2 verfügt über genau eine Flugabwehrkanone, die sie einem der drei Ziele zuweisen kann. Der Wert von Ziel k ist v_k, wobei $v_1 > v_2 > v_3 > 0$. Ein Ziel k wird genau dann zerstört, wenn es angegriffen wird und unverteidigt ist. Partei 1 will den erwarteten Schaden maximieren, während Partei 2 ihn minimieren will. Formulieren Sie die Situation als strategisches Spiel und ermitteln Sie alle gemischten Nash-Gleichgewichte.

Hinweis: Zeigen Sie zuerst, dass es kein gemischtes Nash-Gleichgewicht geben kann, in dem ein Ziel mit strikt positiver Wahrscheinlichkeit angegriffen wird, ein höherwertiges Ziel aber mit Wahrscheinlichkeit 0. Argumentieren Sie für die verbleibenden Fälle damit, dass in gemischten Nash-Gleichgewichten jede Aktion aus der Unterstützungsmenge eines Spielers eine beste Antwort auf die gemischte Stategie des anderen Spielers ist.

Aufgabe 4.2 (Satz von Nash, Verallgemeinerung, 4 Punkte)

Zeigen Sie mit Hilfe des Fixpunktsatzes von Kakutani, analog zum Beweis des Satzes von Nash: Ist $G = \langle N, (A_i), (u_i) \rangle$ ein strategisches Spiel, so dass für jedes $i \in N$ gilt:

(a) $A_i \subseteq \mathbb{R}^{n_i}$ ist nicht-leer, konvex und kompakt und
(b) u_i ist stetig in A und quasi-konkav in A_i.

Dann besitzt G ein Nash-Gleichgewicht in reinen Strategien.

Hinweis: Beachten Sie, dass die Quasi-Konkavität von u_i die Konvexität der Mengen der besten Antworten impliziert.

Die Übungsblätter dürfen und sollten in Gruppen von zwei Studenten bearbeitet werden. Bitte schreiben Sie beide Namen auf Ihre Lösung.