

## Spieltheorie

Prof. Dr. B. Nebel, Dr. M. Helmert  
Wintersemester 2007/2008

Universität Freiburg  
Institut für Informatik

### Übungsblatt 2

Abgabe: Montag, 12. November 2007

#### Aufgabe 2.1 (Präferenzrelationen und Nutzenfunktionen)

Sei  $A = \{x, y, z\}$  die Menge der möglichen Ausgänge eines strategischen Spiels und seien  $u, u', u'' : A \rightarrow \mathbb{R}$  die folgenden Nutzenfunktionen:  $u(x) = 0, u(y) = 1, u(z) = 4, u'(x) = -1, u'(y) = 0, u'(z) = 2, u''(x) = 0, u''(y) = 0, u''(z) = 8$ .

Zwei Nutzenfunktionen sind äquivalent, wenn sie dieselbe Präferenzrelation repräsentieren.

- Sind  $u$  und  $u'$  ( $u$  und  $u''$ ) äquivalent?
- Zeigen Sie, dass für beliebige Mengen  $A$ , Nutzenfunktionen  $u : A \rightarrow \mathbb{R}$  und Konstanten  $\alpha \in \mathbb{R}^{>0}$  und  $\beta \in \mathbb{R}$  die Nutzenfunktionen  $u$  und  $\alpha u + \beta$  äquivalent sind.

#### Aufgabe 2.2 (Schwach dominierte Strategien)

Geben Sie ein strategisches Spiel mit zwei Spielern und endlichen Aktionsmengen an, in dem genau ein Nash-Gleichgewicht  $(a_1, a_2)$  existiert und sowohl  $a_1$  als auch  $a_2$  schwach dominiert werden.

#### Aufgabe 2.3 (Beste-Antwort-Funktion)

Sei  $G = \langle N, (A_i)_{i \in N}, (u_i)_{i \in N} \rangle$  mit  $N = \{1, 2\}$ ,  $A_1 = A_2 = \mathbb{R}^{\geq 0}$ ,  $u_i(a_1, a_2) = a_i \cdot (c + a_{3-i} - a_i)$  für alle  $(a_1, a_2) \in A$ , wobei  $c > 0$  eine Konstante ist.

Bestimmen Sie die Nash-Gleichgewichte dieses Spiels, indem Sie die Beste-Antwort-Funktionen der beiden Spieler konstruieren und analysieren.

#### Aufgabe 2.4 (Auszahlungen bei Nash-Gleichgewichten)

- Geben Sie die Auszahlungsmatrizen von Zwei-Personen-Spielen  $G$  und  $G'$  mit der folgenden Eigenschaft an:  $G'$  entsteht aus  $G$ , indem einige der Nutzenwerte von Spieler 1 erhöht werden und die Nutzenwerte von Spieler 2 unverändert bleiben, und es gibt ein Nash-Gleichgewicht in  $G'$ , in dem Spieler 1 eine geringere Auszahlung erhält als in allen Nash-Gleichgewichten von  $G$ .
- Geben Sie die Auszahlungsmatrizen von Zwei-Personen-Spielen  $G$  und  $G'$  mit der folgenden Eigenschaft an:  $G'$  entsteht aus  $G$  durch Streichung einer Aktion von Spieler 1, und  $G'$  besitzt ein Nash-Gleichgewicht, in dem der Nutzen von Spieler 1 höher ist als in allen Nash-Gleichgewichten von  $G$ .

Die Übungsblätter dürfen und sollten in Gruppen von zwei Studenten bearbeitet werden. Bitte schreiben Sie beide Namen auf Ihre Lösung.