Theoretische Informatik

Prof. Dr. B. Nebel, Prof. Dr. G. Lausen
M. Ragni, K. Simon und C.-N. Ziegler
WS 2004/2005

Universität Freiburg
Institut für Informatik

Übungsblatt 7

Abgabe: 10. Dezember 2004

Aufgabe 7.1 (co-NP – 4 Punkte)
Es sei $\mathsf{co\text{-}NP}$ die Klasse der folgenden Sprachen:

$$\mathsf{co\text{-}NP} = \{\overline{L} \mid L \in \mathsf{NP}\}$$

1. Sei L eine NP-vollständige Sprache. Zeigen Sie, dass $\mathsf{NP} = \mathsf{co\text{-}NP}$ folgt, wenn $L \in \mathsf{co\text{-}NP}$ gilt.
2. Zeigen Sie: Falls $\mathsf{P} = \mathsf{NP}$, dann $\mathsf{NP} = \mathsf{co\text{-}NP}$.

Aufgabe 7.2 (Reduktion – 4 Punkte)
Seien A, B, C und D Sprachen für die $A \leq_p B$, $B \leq_p C$ und $D \leq_p C$ gilt. Es sei aber unbekannt, in welchen Komplexitätsklassen diese Sprachen liegen.
Klassifizieren Sie die folgenden sechs Aussagen als:

- NOTWENDIGERWEISE WAHR, falls die Aussage gilt, unabhängig von der Beziehung der Komplexitätsklassen P und NP und der Komplexität der Sprachen A bis D;
- MÖGLICHERWEISE WAHR, falls die Aussage abhängig von den Sprachen A bis D und/oder dem NP/P-Problem gelten könnte;
- NOTWENDIGERWEISE FALSCH, falls die Aussage nicht zutrifft, unabhängig von der Beziehung zwischen P und NP und der Komplexität der Sprachen A bis D.

Begründen Sie ihre Antworten!

1. A ist NP-hart und C ist in P.
2. B ist NP-vollständig und D ist in P.
3. Wenn A NP-vollständig ist, dann ist C NP-vollständig.
4. Wenn C NP-vollständig ist, dann ist D in NP.
5. Wenn A NP-hart und C ist in NP, dann ist B NP-vollständig.
6. C ist in P und das Komplement von D ist nicht in P.

Aufgabe 7.3 (2–Färbbarkeit – 4 Punkte)
Das Problem 2–Färbbarkeit ist wie folgt definiert:

Gegeben:	Ein ungerichteter Graph $G = (V, E)$
Gesucht:	Ist G 2–färbbar, d.h. existiert eine Funktion $f : V \to \{1, 2\}$ mit $f(u) \neq f(v)$ für $\{u, v\} \in E$?

Zeigen Sie: 2–Färbbarkeit ist in P.

Aufgabe 7.4 (Reduktion – 4 Punkte)
Zeigen Sie:
Aus $A \in \mathsf{P}$ folgt $A \leq_p B$ für alle B mit $B \neq \emptyset$ und $\overline{B} \neq \emptyset$.

Achtung: Die Voraussetzungen für die Zulassung zur Klausur umfassen die Teilnahme an den Übungen sowie die sinnvolle Bearbeitung der Übungsblätter.

Die Übungsblätter sollen in Gruppen von zwei Studenten bearbeitet werden.Bitte schreiben Sie beide Namen, die Nummer Ihrer Übungsgruppe und den Namen Ihres Tutors auf den Lösungszettel.
Abgabe bis 11.15 Uhr in der Vorlesung oder Einwurf in die entsprechenden Briefkästen im Erdgeschoss von Gebäude 51.