Grundlagen der Künstlichen Intelligenz

Prof. Dr. W. Burgard, Prof. Dr. B. Nebel, Prof. Dr. M. Riedmiller
J. Aldinger, J. Boedecker, P. Ruchti
Universität Freiburg
Institut für Informatik

Sommersemester 2014

Übungsblatt 5

Abgabe: Mittwoch, 16. Juli 2014

Aufgabe 5.1 (Prädikatenlogik)
Betrachten Sie folgende, umgangssprachlich formulierte Sätze:

(a) Nicht alle Studenten belegen KI und ST.

(b) Ein Student ist sowohl in KI als auch in ST durchgefallen.

(c) Genau zwei Studenten sind in ST durchgefallen.

(d) Es gibt einen Barbier, der alle Leute rasiert, die sich nicht selbst rasieren.

(e) Niemand mag einen Professor, der nicht klug ist.

Formulieren Sie die Inhalte dieser Sätze mit Hilfe von Prädikatenlogik (PL1). Benutzen Sie dabei die Prädikate *student(x)*, *belegt(x,y)*, *istDurchgefallen(x,y)*, *barbier(x)*, *rasiert(x,y)*, *professor(x)*, *mag(x,y)* und *klug(x)*.

Aufgabe 5.2 (Semantik der Prädikatenlogik)
Gegeben sei die Interpretation $\mathcal{I} =< \mathcal{D}, \cdot^{\mathcal{I}} >$ mit

- $D = \{0, 1, 2, 3\}$
- $even^{\mathcal{I}} = \{0, 2\}$
- $odd^{\mathcal{I}} = \{1, 3\}$
- $lessThan^{\mathcal{I}} = \{(0, 1), (0, 2), (0, 3), (1, 2), (1, 3), (2, 3)\}$
- $two^{\mathcal{I}} = 2$
- $plus^{\mathcal{I}} : D \times D \to D, plus^{\mathcal{I}}(a, b) = (a + b) \mod 4$

und die Variablenbelegung $\alpha = \{(x, 0), (y, 1)\}$.
Geben Sie für die folgenden Formeln θ_i an, ob $\mathcal{I}$ unter α ein Modell für θ_i ist, d.h. ob $\mathcal{I}, \alpha \models \theta_i$. Begründen Sie Ihre Antwort.

(a) $\theta_1 = odd(y) \land even(two)$

(b) $\theta_2 = \forall x \ (even(x) \lor odd(x))$

(c) $\theta_3 = \forall x \exists y \ lessThan(x, y)$

(d) $\theta_4 = \forall x \ (even(x) \Rightarrow \exists y \ lessThan(x, y))$

(e) $\theta_5 = \forall x \ (odd(x) \Rightarrow even(plus(x, y)))$

Aufgabe 5.3

(a) Wandeln Sie folgende Formel in Skolem Normal Form (SNF) um:

$$\forall z \exists y (P(x, g(y), z) \vee \neg \forall x Q(x)) \wedge \neg \forall z \exists x \forall t \neg R(f(x, z), z, t)$$

(b) Geben Sie die 10 kleinsten Terme des Herbrand Universums und die 10 kleinsten Formeln in der Herbrand Expansion folgender Formel an:

$$\forall x \forall y P(c, f(x, b), g(y))$$

Aufgabe 5.4 (Substitutionen und Unifikation)

(a) Berechnen Sie die Substitutionen

(i) $P(x, y)\{\frac{x}{A}, \frac{y}{f(B)}\}$,

(ii) $P(x, y)\{\frac{x}{f(y)}\}\{\frac{y}{g(B,B)}\}$,

(iii) $P(x, y)\{\frac{x}{f(y)}, \frac{y}{g(B,B)}\}$ und

(iv) $P(x, y)\{\frac{z}{f(B)}, \frac{x}{A}\}$

(b) Wenden Sie den Unifikationsalgorithmus auf die folgende Literalmenge an:

$$\{R(h(x), f(h(u), y)), R(y, f(y, h(g(A))))\}$$

Geben Sie für jeden Schritt die Werte von T_k, s_k, D_k, v_k und t_k an.

Aufgabe 5.5 (Allens Intervallkalkül)

(a) Gegeben seien die nicht-leeren Intervalle *Spiel*, *Torschuss*, *Jubel* und *Abpfiff* mit den Constraints

(i) *Abpfiff f Spiel*

(ii) *Torschuss m Jubel*

(iii) *Torschuss (d,f) Spiel*

(iv) *Torschuss (<,m) Abpfiff*

Welche der folgenden Relationen folgen daraus?

(a) *Torschuss d Spiel*

(b) *Jubel d Spiel*

(b) Die Komposition zweier binären Relationen R und S (über X) ist im Allgemeinen definiert als

$$R \circ S = \{(x, z) \mid \exists y \in X \text{ so dass } (x, y) \in R \text{ und } (y, z) \in S\}.$$

Allens Intervalkalkül ist *unter Komposition abgeschlossen*, das heißt, jede Komposition von Allenrelationen (also auch von Vereinigungen der 13 Basisrelationen) kann wieder als Vereinigung von Basisrelationen dargestellt werden. Zum Beispiel ist $f \circ s = d$, da für beliebige Intervalle A, B und C mit AfB und BsC auch AdC gelten muss. Es ist aber nicht so, dass die Komposition von Basisrelationen wieder eine einzelne Basisrelation ergeben muss, wie man am Beispiel $f^{-1} \circ d = (o, d, s)$ sehen kann. Bestimmen sie die folgenden Kompositionen:

(1) $o \circ m$

(2) $m \circ f$

(3) $(o, f^{-1}) \circ f$

Die Übungsblätter dürfen und sollten in Gruppen von drei (3) Studenten bearbeitet werden. Bitte schreiben Sie alle Ihre Namen sowie die Nummer Ihrer Übungsgruppe auf Ihre Lösung.