Multi-Unit-Auktionen

k identische Objekte, Bietermenge I mit $|I| = n > k$.
Jeder Bieter will max. 1 Objekt, d.h. die Alternativenmenge $A = \{ S\text{-wins} \mid S \subset I, \; |S| = k \}$

$$v_i(S) = \begin{cases} w_i & \text{für } i \in S \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

(w_i ist die Bewertung, die Spieler i dem Objekt zuordnet)

soz. Wohlfahrt soll maximiert werden: maximiere $\sum_i v_i(S)$, d.h. wähle die k Bieter aus mit den k höchsten Geboten.
$\rightarrow$ Gewinner bezahlen den $k+1$-höchsten Preis.

Mit Clarke-Pivot-Regel

$$h_i(v_{-i}) = \max_{a \in A} \sum_{j \neq i} v_j(a) = \begin{cases} \sum_{j \in S} w_j & \text{falls } i \notin S \text{ (ist Verlierer)} \\ \sum_{j \in S} w_j - w_i + w_{k+1} & \text{falls } i \in S \text{ (ist Gewinner)} \end{cases}$$

$$p_i(v_1,\dots,v_n) = h_i(v_{-i}) - \sum_{j\neq i} v_j(f(v_1,\dots,v_n))$$

$$= \begin{cases} \sum_{j\in S} w_j - \sum_{j\in S} w_j = 0 & \text{für den Fall } i\notin S \\ \sum_{j\in S} w_j - w_i + w_{k+1} - \sum_{j\in S} w_j - w_i = w_{k+1} & \text{für den Fall } i\in S \end{cases}$$

Was passiert, wenn ein Bieter mehr als 1 Objekt erlangen kann?

Was passiert, wenn es verschiedene Objekte gibt?

→ kombinatorische Auktionen

Öffentliches Projekt

Kosten für die Regierung: C

Nutzen für jeden Bürger i: w_i

Projekt soll durchgeführt werden, wenn $\sum_i w_i \geq C$

Nimm Regierung als Spieler dazu: R

$A = \{ \text{project}, \text{noproject} \}$ mit

$$\underline{v_R(\text{project}) = -C} \qquad v_R(\text{noproject}) = 0$$

$$v_i(\text{project}) = w_i \qquad v_i(\text{noproject}) = 0$$

Maximiere $\underline{\sum_i v_i(a) + v_R(a)}$

$\nearrow$ $\underline{-v_R(a) > \sum_i v_i(a)}$ $\longrightarrow$ $a = \text{noproject}$

$\searrow$ $\underline{-v_R(a) \leq \sum_i v_i(a)}$ $\longrightarrow$ $a = \text{project}$

Clarke-Pivot-Regel.

Für jeden Bürger:

$$h_i(v_{-i}) = \max_{a \in A} \left(\sum_{j \neq i} v_j(a) + v_R(a) \right)$$

$$= \begin{cases} \sum_{j \neq i} w_j - C & \text{falls } \sum_{j \neq i} w_j \geq C = -v_R(a) \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

$$p_i(v_1,\dots,v_n) = \begin{cases} \sum_{j\neq i} w_j - C - \sum_{j\neq i} w_j - C = 0 & a = \text{project und findet statt ohne } i \\ 0 - \sum_{j\neq i} w_j - C & \\ = C - \sum_{j\neq i} w_j & a = \text{project und Projekt findet nur statt, wenn } i \text{ dabei ist} \end{cases}$$

Im allgemeinen $w_i \geq C - \sum_{j\neq i} w_j$

D.h. i bezahlt nicht alles, sondern nur den Unterschied zwisch. Summe der anderen und Projektkosten.

(Wenn a = no project, kommt überall 0 raus).

Falls nicht $\sum_i w_i = C$, ist $\sum_i p_i(\dots) < C$, d.h. die Projektkosten können nicht aus den Bezahlungen der Mitspieler geleistet.

$\rightsquigarrow$ Subventionierung.