Wir wissen: in jedem endlichen strategischen Spiel ex. mind. ein gemischtes NG.

Frage: Berechnung?

Berechnung „von Hand“.

Erinnerung: α^* ist NG gdw. f.a. $i \in N$:

jede reine Strategie $a_i \in \mathrm{supp}(\alpha_i^*)$ ist eine beste Antwort auf α_{-i}^*.

Bsp.: BoS

		Sp. 2	
		B	S
Sp. 1	B	2, 1	0, 0
	S	0, 0	1, 2

α^*

Beobachtung: in jedem echt gemischten NG gilt:

$$0 < \alpha_1^*(B) < 1 \quad \text{und} \quad 0 < \alpha_2^*(B) < 1 .$$

also $\operatorname{supp}(\alpha_1^*) = \{B, S\}$

$$\Longrightarrow \underline{U_1(B, \alpha_2^*)} = \underline{U_1(S, \alpha_2^*)} .$$

$$U_1(B, \alpha_2^*) = 2 \cdot \alpha_2^*(B) + 0 \cdot \alpha_2^*(S)$$

$$U_1(S, \alpha_2^*) = 0 \cdot \alpha_2^*(B) + 1 \cdot \underline{\alpha_2^*}(S)$$

$$= 1 \cdot (1 - \alpha_2^*(B))$$

<u>Gleichsetzen:</u> $2 \cdot \alpha_2^*(B) = 1 - \alpha_2^*(B)$

$$\Rightarrow \alpha_2^*(B) = \frac{1}{3} \Rightarrow \alpha_2^*(S) = \frac{2}{3}.$$

Analog erhält man $\alpha_1^*(B) = \frac{2}{3}$, $\alpha_1^*(S) = \frac{1}{3}$.

Auszahlungen: $\left(\frac{2}{9} \cdot 2, \frac{2}{9} \cdot 1\right) + \left(\frac{2}{9} \cdot 1, \frac{2}{9} \cdot 2\right)$

$$= \left(\frac{2}{3}, \frac{2}{3}\right)$$

Systematische NG-Berechnung

* Für Nullsummenspiele: Aufstellen und Lösen eines LP
* Allgemein: Aufstellen und Lösen eines LCP.

4.1 NG-Berechnung in endlichen Nullsummenspielen

- Nach Satz von Nash ex. unendlich ein gem. NG
- Satz 4 ⇒ NG ist Paar von Maximinimum
- Satz 4 ⇒ jedes Paar von MM ist NG, alle mit gleichem Auszahlungsprofil.

⇒ es genügt, Paare von Maximinimum zu finden.

4.1.1 Exkurs: Linear Programming

Lösung eines linearen Ungleichungssystems über n reellen Variablen unter Maximierung/Minimierung einer linearen Zielfunktion.

Bsp.:

		Zuschneiden	Zusammenbau	Nachbearbeitung	Gewinn/Stück
x	Sorte 1.	25	60	68	30 €
y	Sorte 2.	75	60	34	40 €
	Capacität (pro Tag)	450	480	476	

<u>Ziel:</u> finde Stückzahlen x und y von Sorte 1 bzw. 2 pro Tag, s.d. Ressourcenbeschränkungen eingehalten und Gewinn maximiert wird.

<u>Formulierung:</u>

$$x \geq 0, \quad y \geq 0 \qquad (1)$$

$$25x + 75y \leq 450 \qquad (2)$$

$$60x + 60y \leq 480 \qquad (3)$$

$$68x + 34y \leq 476 \qquad (4)$$

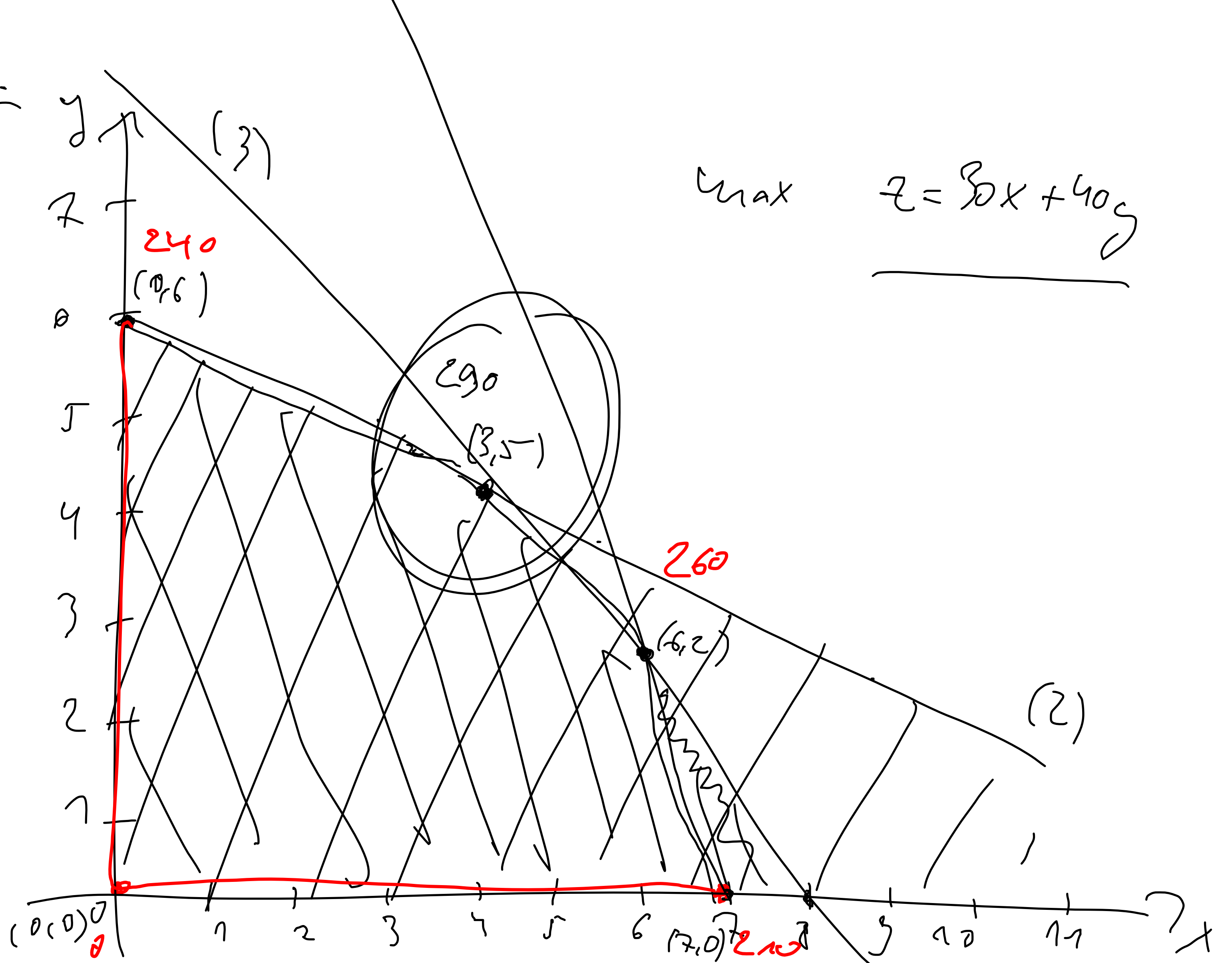
$$\text{maximiere } \underline{30x + 40y} \qquad (5)$$

(1)-(4): zulässige Lsg. (konvexe Menge in $\mathbb{R}^2$)

(5): Zielfunktion

Bsp.

max $z = 30x + 40y$



(2): $y \leq 6 - \frac{1}{3}x$, (3): $y \leq 8 - x$, (4): $y \leq 14 - 2x$

Def.: (LP in Standardform). Ein LP in Standardform besteht aus n reellwertigen Variablen x_i, n Koeffizienten b_i, m Konstanten c_j, $m \cdot n$ Koeffizienten a_{ji}, m Ungleichungen:

$$c_j \leq \sum_{i=1}^{n} a_{ji} x_i$$

sowie der (zu minimierenden) Zielfunktion

$$\sum_{i=1}^{n} b_i x_i \qquad (\text{für } x_i \geq 0).$$

Bem.: • Maximierung statt Minimierung durch Umdrehen der Vorzeichen der b_i.

• statt Ungleichungen auch ~~Gl~~ Gleichungen möglich, denn $x+y \leq c$ gdw. ex. $z \geq 0$ s.d.

$$x+y+z=c$$

z heißt Schlupf-Variable.

Lösen von LPs: Üblicherweise Simplex-Algorithmus (worst case: exponentiell). LP-Lösen selbst ist eigentlich polynomiell (Innere-Punkte-Verfahren, Ellipsoidmethode).