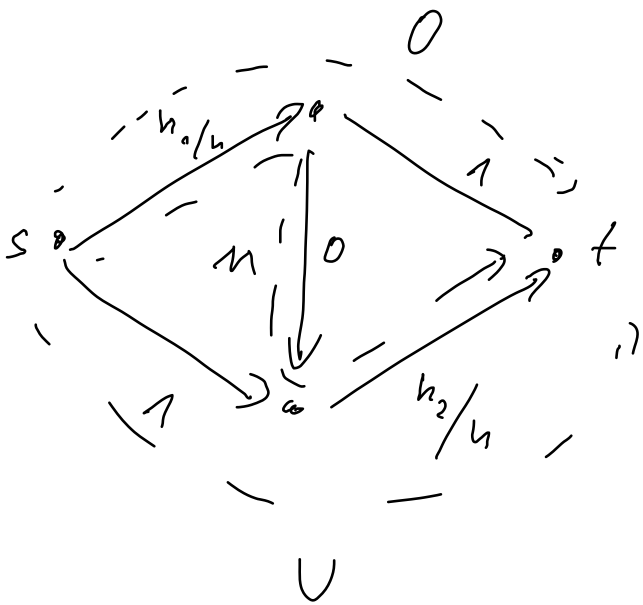

	O	M	U
O	-2,-2	-2,-1.5	-1.5,-1.5
M	-1.5,-2	-2,-2	-1.5,-2
U	1.5,-1.5	-2,-1.5	-2,-2

Chicken (Taube und Falke)

	T	F
T	3,3	1,4
F	4,1	0,0

GD

	S	G
S	3,3	0,4
G	4,0	1,1

Beauty-Contest

Jeder denkt sich eine Zahl zwischen 0 und 100. Diejenigen, deren Zahl 2/3 des Durchschnitts gerundet auf die nächste ganze Zahl am nächsten kommt, gewinnen.

20	21	15
12	42	60
13	22	10
42	27	25
1	30	25
0	51	44
57	100	30
45	11	2
21	1	8
15		

$\varnothing = 26{,}8$

Ziel = 18

2.2 Dominierte Strategien

Notation

Strategieprofil $a \in A = \prod A_i$

$a = (a_1, a_2, \dots, a_n)$

$a_{-i} = (a_1, a_2, \dots, a_{i-1}, a_{i+1}, \dots, a_n) = (a_j)_{j \in N - \{i\}}$

$(a_{-i}, a_i) = (a_1, a_2, \dots, a_{i-1}, a_i, a_{i+1}, \dots, a_n)$

Beispiel

$a = (A, X, V)$

$a_{-2} = (A, V)$ $\qquad a_2' = T$

$(a_{-2}, a_2') = (A, T, V)$

Def (strikt dominierte Strategien)

Eine Strategie $a_j' \in A_j$ heißt strikt dominiert, falls $a_j^+ \in A_j$ ex., so dass

$$\underline{u_j}(a_{-j}, \underline{a_j'}) < \underline{u_j}(a_{-j}, \underline{a_j^+}) \quad \underline{\forall a \in A}$$

→ strikt dominierte Strategien spielt man besser nicht!

	S	G
S	~~3,3~~	~~0,4~~
G	4,0	1,1

TF

	T	F
T	3,3	1,4
F	4,1	0,0

Bei TF gibt es keine strikt dominierten Strategien

Def (schwach dominierte Strategie)

Eine Strategie $a_j' \in A_j$ heißt <u>schwach dominiert</u>,

falls $a_j^+ \in A_j$ ex., so dass

$$u_j(a_{-j}, a_j') \underline{\leq} u_j(a_{-j}, a_j^+) \quad \underline{\forall\, a \in A}$$

und für mindestens ein $a \in A$:

$$u_j(a_{-j}, a_j') \underline{<} u_j(a_{-j}, a_j^+)$$

$\rightsquigarrow$ schwach dominierte Strategien sind wenig überzeugend.

Iterative Eliminierung dominierter Strategien

- Falls eine Strategie dominiert ist, streiche sie,
- mache das, solange Strategien zu streichen sind
- falls nur ein Profil übrig bleibt, ist das die Lösung.

Bsp

	~~L~~	~~M~~	R
O	~~2,0~~	~~1,1~~	4,2
~~M~~	~~1,4~~	~~1,1~~	~~2,3~~
~~U~~	~~1,3~~	~~0,2~~	~~3,0~~

2.3 Nash-Gleichgewichte

<u>Def</u> (NG)

Ein Nash-Gleichgewicht (NG) ist ein Profil <u>$a^* \in A$</u>, so dass für alle $i \in N$:

$$u_i(a^*_{-i}, a_i^*) \geq u_i(a^*_{-i}, a_i') \quad \forall\, a_i' \in A_i$$

<u>Bem</u>: In einem NG hat kein Spieler einen Anreiz, vom NG abzuweichen.

<u>Alternativ</u>: Die a_i^* sind jeweils "beste Antworten" auf a^*_{-i}.

	S	G
S	~~3,3~~	~~0,4~~
G	~~4,0~~	$\boxed{1,1}$ NG

	T	F
T	3,3	1,4
F	4,1	0,0

Matching Pennies / Elfmeter

	K	Z
K	1,-1	-1,1
Z	-1,1	1,-1

hat kein NG
→ deshalb Randomisierung.

2.4. NGs und Eliminierung

<u>Lemma</u> Sei G' ein Spiel, das aus G mittels Eliminierung einer (strikt) dominierten Strategie entstanden ist. Dann gilt: a^* ist ein NG von G', falls (gdw.) a^* ein NG von G ist.

<u>Bew</u>

$\Leftarrow$ Sei a_i' die eliminierte Strategie des Spielers j. D.h. es ex. a_i^+ mit $u_i(a_{-i}, a_i') \leq u_i(a_{-i}, a_i^+)$ für alle $a \in A$.

Sei a^* ein NG in G'. Zu zeigen, a^* ist bereits NG in G. Für alle Spieler $j \neq i$ ist a_j^* beste Antwort auf a^*_{-j} in G. Für Spieler i gilt das auch, da

$$u_i(a_{-i}^*, a_i^*) \geq u_i(a_{-i}^*, a_i^+) \geq u_i(a_{-i}^*, a_i')$$

Also ist a^* auch bereits NG in G.

$\Rightarrow$ Sei G' durch Elimination einer strikt dominierten Strategie a_i' entstanden und a^* ist NG in G. D.h. a_i^* ist beste Antwort auf a_{-i}^*, also

$$u_i(a^*) = u_i(a_{-i}^*, a_i^*) \geq u_i(a_{-i}^*, a_i) \quad \forall a_i \in A_i,$$

speziell für $a_i = a_i^+$: $u_i(a_{-i}^*, a_i^*) \geq u_i(a_{-i}^*, a_i^+) \underset{\text{str.}}{>} u_i(a_{-i}^*, a_i')$.

D.h. die NG-Strategie a_i^* wird nicht eliminiert. Für alle $j \in N$ ist a_j^* beste Antwort auf a_{-j}^* in G' und damit ist a^* auch NG in G'.

Satz Falls sich durch iterative Eliminierung strikt dominierter Strategien ein eindeutiges Strategieprofil a^* ergibt, so ist dies das einzige NG des Originalspiels.

Bew: Folgt durch Induktion über dem vorherigen Lemma.