Einführung in die Modallogik

J.-G. Smaus, S. Wölfl
R. Mattmüller
Sommersemester 2011

Universität Freiburg
Institut für Informatik

Übungsblatt 10

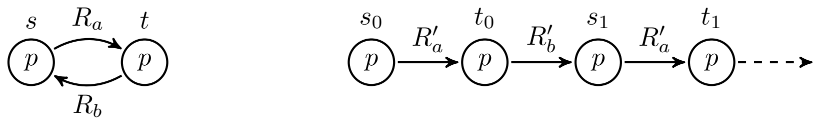
Abgabe: 27. Juli 2011

Aufgabe 10.1 (Bisimilarität und modale Äquivalenz)

Zeigen Sie, dass die Bedingung $|sR| < \infty$ für alle $s \in S$ im Satz von Hennessy-Milner notwendig ist, d. h. dass es im Allgemeinen Modelle $\mathcal{M}$ und $\mathcal{M}'$ mit Zuständen s bzw. s' gibt, so dass $s \equiv_{\mathcal{M},\mathcal{M}'} s'$, aber nicht $s \leftrightsquigarrow_{\mathcal{M},\mathcal{M}'} s'$.

Aufgabe 10.2 (Bisimilare Modelle)

Zeigen Sie, dass die folgenden beiden Modelle $\mathcal{M} = \langle S, R_a, R_b, V\rangle$ und $\mathcal{M}' = \langle S', R'_a, R'_b, V'\rangle$ bisimilar sind. Dabei ist $P = \{p\}$.



Aufgabe 10.3 (Bisimulationsspiele)

Geben Sie für das Bisimulationsspiel $G^2_{\mathcal{M},\mathcal{M}'}(s_0, s'_0)$ aus Beispiel 2.18 den kompletten Spielbaum grafisch an. Markieren Sie Aktionen, die zu irgendeiner Gewinnstrategie von Spieler A gehören, und geben Sie für jedes „Teilspiel" an, welcher Spieler dort eine Gewinnstrategie besitzt.

Aufgabe 10.4 (Modellprüfung)

Der Beweis von Lemma 4.1 aus der Vorlesung enthält einen konkreten Entscheidungsalgorithmus, den man aber in der Praxis noch verbessern kann, indem man sich auf ein Teilmodell von $\mathcal{M}$ beschränkt. Darum geht es in dieser Aufgabe.

Sei $\mathcal{M} = \langle S, R, V\rangle$ ein Kripke-Modell und $s \in S$. Der *Abstand* eines Zustands $t \in S$ von s, $\mathit{dist}^s(t)$, ist die Länge der kürzesten R-Kette von s nach t. Also ist $\mathit{dist}^s(s) = 0$, $\mathit{dist}^s(s') = 1$ für alle $s' \neq s$ mit sRs' usw. Die *Einschränkung von $\mathcal{M}$ mit Wurzel s auf k* ist das Modell $\mathcal{M}^s_k$, das nur Zustände mit Abstand höchstens k von s enthält, also $\mathcal{M}^s_k = \langle S^s_k, R^s_k, V^s_k\rangle$ mit $S^s_k = \{t \in S \mid \mathit{dist}^s(t) \leq k\}$, $R^s_k = R \cap (S^s_k \times S^s_k)$ und $V^s_k(p) = V(p) \cap S^s_k$ für alle $p \in P$.

Zeigen Sie: Ist $\mathcal{M} = \langle S, R, V\rangle$ ein (bild-)endliches Kripke-Modell, $s \in S$ ein Zustand von $\mathcal{M}$ und φ eine modallogische Formel mit modaler Tiefe $k = \mathit{depth}(\varphi)$, so ist in Zeit $\mathcal{O}(\|\varphi\| \cdot \|\mathcal{M}^s_k\|)$ entscheidbar, ob $\mathcal{M} \models_s \varphi$.