

## Einführung in die Modallogik

J.-G. Smaus, S. Wölfl  
R. Mattmüller  
Sommersemester 2011

Universität Freiburg  
Institut für Informatik

### Übungsblatt 9

Abgabe: 20. Juli 2011

#### Aufgabe 9.1 (KSAT-Algorithmus)

Wenden Sie den KSAT-Algorithmus manuell auf folgende Formeln an:

(a)  $\Box p \vee \neg \Box \neg q$

(b)  $\Box(\Box p \wedge \neg \Box r \wedge \neg \Box s) \wedge \Box(\Box \neg p \wedge \neg \Box q) \wedge \neg \Box r$

#### Aufgabe 9.2 (Exponentialität des Tableauverfahrens)

Zeigen Sie, dass das Tableauverfahren für  $\mathbf{K}$  im schlechtesten Fall exponentielle Laufzeit in der Größe der Eingabeformel hat.

*Hinweis:* Konstruieren Sie dazu eine Folge von (erfüllbaren) Formeln  $\varphi_1, \varphi_2, \dots$ , so dass die Größe von  $\varphi_n$  linear in  $n$  ist, dass aber, beginnend mit dem Knoten  $s \models \varphi_n$ , ein Tableauzweig mit exponentieller Länge in  $n$  erzeugt wird. Lässt sich  $\varphi_{n+1}$  rekursiv über  $\varphi_n$  definieren?

#### Aufgabe 9.3 (Bisimulationen)

Seien  $\mathcal{M}_i = \langle S_i, R_i, V_i \rangle$ ,  $i = 1, 2, 3$ , Kripke-Modelle und  $Z, Z' \subseteq S_1 \times S_2$  und  $Z'' \subseteq S_2 \times S_3$  Bisimulationen zwischen  $\mathcal{M}_1$  und  $\mathcal{M}_2$  bzw. zwischen  $\mathcal{M}_2$  und  $\mathcal{M}_3$ . Zeigen Sie:

(a)  $Z \cup Z' \subseteq S_1 \times S_2$  ist eine Bisimulation zwischen  $\mathcal{M}_1$  und  $\mathcal{M}_2$ .

(b)  $Z \circ Z'' = \{(s, u) \in S_1 \times S_3 \mid \exists t \in S_2 : (s, t) \in Z \wedge (t, u) \in Z''\}$  ist eine Bisimulation zwischen  $\mathcal{M}_1$  und  $\mathcal{M}_3$ .