Einführung in die Modallogik

J.-G. Smaus, S. Wölfl
R. Mattmüller
Sommersemester 2011

Universität Freiburg
Institut für Informatik

Übungsblatt 5

Abgabe: 8. Juni 2011

Die wichtigsten Axiome, die wir in den folgenden Aufgaben brauchen:

$$\mathbf{K} = \Box(p \to q) \to (\Box p \to \Box q) \qquad \mathbf{T} = \Box p \to p \qquad \mathbf{4} = \Box p \to \Box\Box p$$
$$\mathbf{E} = \Diamond p \to \Box\Diamond p \qquad \mathbf{B} = p \to \Box\Diamond p \qquad \mathbf{L} = \Box(\Box p \to p) \to \Box p$$

Aufgabe 5.1 (Rahmeneingenschaften)
Zeigen Sie: Ein Kripke-Rahmen $\mathcal{F}$ ist genau dann Euklidisch, wenn $\mathcal{F} \models \mathbf{E}$.

Aufgabe 5.2 (Die inkonsistente normale Modallogik)
Zeigen Sie, dass die Modallogik **KTL** die inkonsistente normale Modallogik ist.

Aufgabe 5.3 (Alternative Axiomatisierungen)
Zeigen Sie, dass **KTE** = **KT4B**, dass also

$$\Gamma = \{\mathbf{K}, \mathbf{T}, \mathbf{E}\} \quad \text{und}$$
$$\Gamma' = \{\mathbf{K}, \mathbf{T}, \mathbf{4}, \mathbf{B}\}$$

dieselbe normale Modallogik $\Lambda(\Gamma) = \Lambda(\Gamma')$ axiomatisieren.
Hinweis: Für den Beweis, dass $\{\mathbf{4}, \mathbf{B}\} \subseteq \Lambda(\Gamma)$, ist es zweckmäßig, erst **B** herzuleiten und dann **B** bei der Ableitung von **4** zu verwenden.

Aufgabe 5.4 (Normale Modallogiken)

(a) Zeigen Sie, dass für einen Kripke-Rahmen $\mathcal{F}$ die Menge

$$\Lambda(\mathcal{F}) = \{\varphi \mid \mathcal{F} \models \varphi\}$$

eine normale Modallogik ist.

(b) Zeigen Sie, dass für ein Kripke-Modell $\mathcal{M}$ die Menge

$$\Lambda(\mathcal{M}) = \{\varphi \mid \mathcal{M} \models \varphi\}$$

im Allgemeinen *keine* normale Modallogik ist.