Grundlagen der Künstlichen Intelligenz

Prof. Dr. B. Nebel, Prof. Dr. M. Riedmiller
S. Lange, J. Witkowski, D. Zhang
Universität Freiburg
Institut für Informatik
Sommersemester 2010

Übungsblatt 9

Abgabe: Dienstag, 6. Juli 2010

Aufgabe 9.1 (Wahrheitstabellen, Modelle)

(a) Benutzen Sie Wahrheitstabellen, um die Gültigkeit folgender Äquivalenzregeln zu beweisen:

(i) $(\alpha \rightarrow \beta) \equiv (\neg\alpha \vee \beta)$

(ii) $(\alpha \rightarrow \beta) \equiv (\neg\beta \rightarrow \neg\alpha)$

(iii) $\neg(\alpha \wedge \beta) \equiv (\neg\alpha \vee \neg\beta)$

(iv) $((\alpha \wedge \beta) \vee \gamma) \equiv ((\alpha \vee \gamma) \wedge (\beta \vee \gamma))$

(b) Gehen Sie von einem Vokabular mit nur vier atomaren Aussagen A, B, C und D aus. Wie viele Modelle gibt es für die folgenden Formeln? Begründen Sie.

(i) $(A \wedge B) \vee (B \wedge C)$

(ii) $A \vee B$

(iii) $(A \leftrightarrow B) \wedge (B \leftrightarrow C)$

Aufgabe 9.2 (KNF-Transformation, Resolutionsmethode)

Es gelten die folgenden Umformungsregeln, nach denen man aussagenlogische Formeln in äquivalente Formeln überführen kann. Dabei sind φ, ψ und χ beliebige aussagenlogische Formeln:

$$\neg\neg\varphi \equiv \varphi \tag{1}$$
$$\neg(\varphi \vee \psi) \equiv \neg\varphi \wedge \neg\psi \tag{2}$$
$$\varphi \vee (\psi \wedge \chi) \equiv (\varphi \vee \psi) \wedge (\varphi \vee \chi) \tag{3}$$
$$\neg(\varphi \wedge \psi) \equiv \neg\varphi \vee \neg\psi \tag{4}$$
$$\varphi \wedge (\psi \vee \chi) \equiv (\varphi \wedge \psi) \vee (\varphi \wedge \chi) \tag{5}$$

Außerdem sind die $\vee$- und $\wedge$-Operationen assoziativ und kommutativ.

Betrachten Sie die Formel $((C \wedge \neg B) \leftrightarrow A) \wedge (\neg C \rightarrow A)$.

(a) Wandeln Sie die Formel mithilfe der KNF-Transformationsregeln in eine Klauselmenge K um. Schreiben Sie die einzelnen Schritte auf.

(b) Zeigen Sie anschließend mittels Resolution, dass $K \models (\neg B \rightarrow (A \wedge C))$ gilt.

Aufgabe 9.3 (Funktionale Vollständigkeit, Negationsnormalform)

In dieser Aufgabe betrachten wir Aussagenlogik *ohne* Implikations- und Biimplikationsoperatoren $\rightarrow$ und $\leftrightarrow$. Eine aussagenlogische Formel ist in *Negationsnormalform*, wenn Negationssymbole $\neg$ nur unmittelbar vor Atomen auftreten.

(a) Zeigen Sie: Jede aussagenlogische Formel kann in eine äquivalente Formel überführt werden, in der nur die Operatoren $\neg$ und $\vee$ vorkommen.

(b) Zeigen Sie: Jede aussagenlogische Formel kann in eine äquivalente Formel in Negationsnormalform überführt werden.

Die Übungsblätter dürfen und sollten in Gruppen von drei (3) Studenten bearbeitet werden. Bitte füllen Sie das Deckblatt[1] aus und heften Sie es an Ihre Lösung.

[1] http://www.informatik.uni-freiburg.de/~ki/teaching/ss10/gki/coverSheet-german.pdf