

Grundlagen der Künstlichen Intelligenz

Prof. Dr. B. Nebel, Prof. Dr. M. Riedmiller
S. Lange, J. Witkowski, D. Zhang
Sommersemester 2010

Universität Freiburg
Institut für Informatik

Übungsblatt 5

Abgabe: Dienstag, 8. Juni 2010

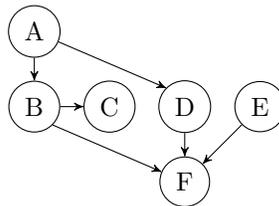
Aufgabe 5.1 (Bedingte Unabhängigkeit)

In dieser Aufgabe untersuchen wir, wie bedingte Unabhängigkeitsbeziehungen die Menge an Informationen beeinflussen, die für probabilistische Berechnungen benötigt werden.

- (a) Angenommen, wir wollen $\mathbf{P}(X|E_1, E_2)$ berechnen und haben keine Informationen über möglicherweise vorliegende bedingte Unabhängigkeiten. Welche der folgenden Mengen von Zahlenwerten reichen für die Berechnung aus?
- (i) $\mathbf{P}(E_1, E_2), \mathbf{P}(X), \mathbf{P}(E_1|X), \mathbf{P}(E_2|X)$
 - (ii) $\mathbf{P}(E_1, E_2), \mathbf{P}(X), \mathbf{P}(E_1, E_2|X)$
 - (iii) $\mathbf{P}(X), \mathbf{P}(E_1|X), \mathbf{P}(E_2|X)$
- (b) Angenommen, wir wissen, dass $\mathbf{P}(E_1|X, E_2) = \mathbf{P}(E_1|X)$ für alle Werte von X, E_1 und E_2 . Welche der drei Mengen reichen jetzt aus?

Aufgabe 5.2 (Bayessche Netze)

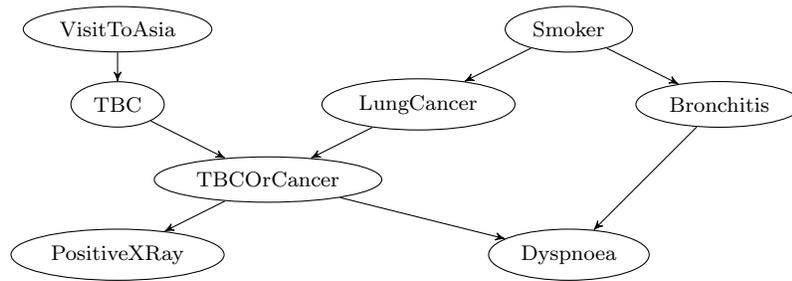
Betrachten Sie folgendes Bayessches Netzwerk:



- (a) Notieren Sie die Verbundwahrscheinlichkeit $P(A, B, C, D, E, F)$. Verwenden Sie hierbei die bedingten Unabhängigkeiten, die durch das Netzwerk ausgedrückt werden.
- (b) Angenommen, die Zufallsvariablen A, B, C, D, E, F des Bayesschen Netzwerks können nur zwei mögliche Werte *yes* und *no* annehmen. Wieviele Wahrscheinlichkeiten werden mindestens benötigt, um das Bayessche Netz, dessen Struktur oben definiert ist, vollständig zu definieren?
- Hinweis:* Vergessen Sie dabei nicht, dass z.B. $P(E = \text{yes}) = 1 - P(E = \text{no})$.
- (c) Wieviele Wahrscheinlichkeiten würden benötigt, um die volle Verbundwahrscheinlichkeit über $P(A, B, C, D, E, F)$ zu definieren, wenn wir nicht annehmen könnten, dass die durch das Bayessche Netzwerk ausgedrückten bedingten Unabhängigkeiten gelten?

Aufgabe 5.3 (Bayessche Netze)

Betrachten Sie das folgende Bayessche Netz:



(a) Bestimmen Sie, welche der folgenden bedingten Unabhängigkeiten aus der Struktur des Bayesschen Netzes folgen (dabei steht $Ind(U, V | W)$ dafür, dass U bedingt unabhängig von V gegeben W ist, und $Ind(U, V)$ für die unbedingte Unabhängigkeit von U und V).

- (i) $Ind(TBC, VisitToAsia)$
- (ii) $Ind(VisitToAsia, Smoker)$
- (iii) $Ind(VisitToAsia, PositiveXRay | TBCOrCancer)$
- (iv) $Ind(VisitToAsia, Dyspnoea | TBCOrCancer)$
- (v) $Ind(TBC, Smoker | PositiveXRay)$

(b) Berechnen Sie $P(Dyspnoea | Smoker, \neg TBC)$. Dabei seien die relevanten Einträge in den bedingten Wahrscheinlichkeitstabellen wie folgt gegeben:

$$\begin{aligned}
 P(LungCancer | Smoker) &= 0,1 \\
 P(LungCancer | \neg Smoker) &= 0,01 \\
 P(Bronchitis | Smoker) &= 0,2 \\
 P(Bronchitis | \neg Smoker) &= 0,1 \\
 P(TBCOrCancer | TBC, LungCancer) &= 1 \\
 P(TBCOrCancer | TBC, \neg LungCancer) &= 1 \\
 P(TBCOrCancer | \neg TBC, LungCancer) &= 1 \\
 P(TBCOrCancer | \neg TBC, \neg LungCancer) &= 0 \\
 P(Dyspnoea | TBCOrCancer, Bronchitis) &= 0,9 \\
 P(Dyspnoea | TBCOrCancer, \neg Bronchitis) &= 0,7 \\
 P(Dyspnoea | \neg TBCOrCancer, Bronchitis) &= 0,6 \\
 P(Dyspnoea | \neg TBCOrCancer, \neg Bronchitis) &= 0,05
 \end{aligned}$$

Die Übungsblätter dürfen und sollten in Gruppen von drei (3) Studenten bearbeitet werden. Bitte füllen Sie das Deckblatt¹ aus und heften Sie es an Ihre Lösung.

¹<http://www.informatik.uni-freiburg.de/~ki/teaching/ss10/gki/coverSheet-german.pdf>