Handlungsplanung

Dr. M. Helmert, Prof. Dr. B. Nebel | Universität Freiburg
G. Röger | Institut für Informatik

Sommersemester 2010

Übungsblatt 6

Abgabe: 15. Juni 2010

Aufgabe 6.1 (Dominierungslemma, 3 Punkte)

Seien $s, s' : A \to \{0,1\}$ Belegungen für eine Variablenmenge A und sei χ eine Formel über A, die keine Negationssymbole enthält.
Zeigen Sie: Wenn $s \models \chi$ und s' dominiert s, dann $s' \models \chi$.

Hinweis: Führen Sie den Beweis durch strukturelle Induktion über χ.

Aufgabe 6.2 (Positive Normalform, 1+2 Punkte)

Betrachten Sie die Planungsaufgabe $\Pi = \langle A, I, O, \gamma \rangle$ in positiver Normalform (Lösung von Aufgabe 2.2a) mit

$$\begin{aligned}
A &= \{\mathit{haveCake}, \mathit{eatenCake}, \mathit{haveNoCake}\},\\
I &= \{\mathit{have\text{-}cake} \mapsto 0, \mathit{eatenCake} \mapsto 0, \mathit{haveNoCake} \mapsto 1\}\\
O &= \{\mathit{eatCake}, \mathit{bakeCake}\},\\
\mathit{eatCake} &= \langle \mathit{haveCake}, \neg\mathit{haveCake} \land \mathit{haveNoCake} \land \mathit{eatenCake}\rangle,\\
\mathit{bakeCake} &= \langle \mathit{haveNoCake}, \mathit{haveCake} \land \neg\mathit{haveNoCake}\rangle \text{ und}\\
\gamma &= \mathit{haveCake} \land \mathit{eatenCake}.
\end{aligned}$$

(a) Geben Sie die Relaxierung Π^+ von Π an.

(b) Geben Sie eine möglichst kurze Folge π von Operatoren aus O an, so dass π *kein* Plan für Π, aber π^+ ein Plan für Π^+ ist.

Aufgabe 6.3 (h^+-Heuristik, 2+2 Punkte)

Eine 15-Puzzle-Planungsaufgabe $\Pi = \langle A, I, O, \gamma \rangle$ ist gegeben durch

$$\begin{aligned}
A &= \{\mathit{empty}(p_{i,j}) \mid 0 \le i,j \le 3\} \cup \{\mathit{at}(t_k, p_{i,j}) \mid 0 \le i,j \le 3, 0 \le k \le 14\},\\
O &= \{\mathit{move}(t_m, p_{i,j}, p_{k,l}) \mid 0 \le i,j,k,l \le 3, 0 \le m \le 14,\\
&\quad (i = k \text{ und } |j-l| = 1) \text{ oder } (j = l \text{ und } |i-k| = 1)\},\\
\gamma &= \bigwedge_{0 \le m \le 14} \mathit{at}(t_m, p_{\lfloor m/4 \rfloor, m\%4})
\end{aligned}$$

Aktion $\mathit{move}(t_m, p_{i,j}, p_{k,l})$ bewegt Plättchen t_m von Position $p_{i,j}$ zu Position $p_{k,l}$:

$$\begin{aligned}
\mathit{move}(t_m, p_{i,j}, p_{k,l}) = \langle &\mathit{at}(t_m, p_{i,j}) \land \mathit{empty}(p_{k,l}),\\
&\mathit{at}(t_m, p_{k,l}) \land \mathit{empty}(p_{i,j}) \land \neg\mathit{at}(t_m, p_{i,j}) \land \neg\mathit{empty}(p_{k,l})\rangle
\end{aligned}$$

Ein syntaktisch möglicher Zustand ist *legal*, wenn jedes Plättchen t_m an einer Position p_{ij} ist, sich keine zwei Plättchen an einer Position befinden und die verbleibende Position als einzige *empty* ist. Der Anfangszustand I ist dann ein beliebiger legaler Zustand.

Eine mögliche Heuristik für das 15-Puzzle ist die Manhattanheuristik $h^{Manhattan}$: Sie summiert die Manhattandistanz aller Plättchen von ihrer aktuellen Position zu ihrer Zielposition auf. Zur Erinnerung: Die Manhattandistanz zwischen zwei Positionen $p_{i,j}$ und $p_{k,l}$ ist $|i-k| + |j-l|$.
Die allgemein definierte h^+-Heuristik schätzt die Entfernung eines Zustands s zum nächstgelegenen Zielzustand als die Länge eines optimalen Plans der zugehörigen relaxierten Planungsaufgabe (mit Anfangszustand s).

Zeigen Sie:

(a) Für jeden legalen Zustand s einer 15-Puzzle-Planungsaufgabe gilt $h^+(s) \geq h^{Manhattan}(s)$.

(b) Es gibt mindestens einen legalen Zustand s mit $h^+(s) > h^{Manhattan}(s)$.

Die Übungsblätter dürfen in Gruppen von zwei Studenten bearbeitet werden. Bitte schreiben Sie beide Namen auf Ihre Lösung.