

Grundlagen der Künstlichen Intelligenz

Prof. Dr. B. Nebel, Prof. Dr. W. Burgard
B. Frank, A. Karwath, G. Röger
Sommersemester 2009

Universität Freiburg
Institut für Informatik

Übungsblatt 5

Abgabe: Dienstag, 9. Juni 2009

Aufgabe 5.1 (KNF-Transformation, Resolutionsmethode)

Es gelten die folgenden Umformungsregeln, nach denen man aussagenlogische Formeln in äquivalente Formeln überführen kann. Dabei sind φ , ψ und χ beliebige aussagenlogische Formeln:

$$\neg\neg\varphi \equiv \varphi \quad (1)$$

$$\neg(\varphi \vee \psi) \equiv \neg\varphi \wedge \neg\psi \quad (2)$$

$$\varphi \vee (\psi \wedge \chi) \equiv (\varphi \vee \psi) \wedge (\varphi \vee \chi) \quad (3)$$

$$\neg(\varphi \wedge \psi) \equiv \neg\varphi \vee \neg\psi \quad (4)$$

$$\varphi \wedge (\psi \vee \chi) \equiv (\varphi \wedge \psi) \vee (\varphi \wedge \chi) \quad (5)$$

Außerdem sind die \vee - und \wedge -Operatoren assoziativ und kommutativ. Betrachten Sie die Formel $((C \wedge \neg B) \leftrightarrow A) \wedge (\neg C \rightarrow A)$.

- Wandeln Sie die Formel mithilfe der KNF-Transformationsregeln in eine Klauselmenge K um. Schreiben Sie die einzelnen Schritte auf.
- Zeigen Sie anschließend mittels Resolution, dass $K \models (\neg B \rightarrow (A \wedge C))$ gilt.

Aufgabe 5.2 (Davis-Putnam-Verfahren)

Finden Sie mittels des *Davis-Putnam-Verfahrens* ein Modell der folgenden aussagenlogischen Formeln oder beweisen Sie, daß die Formeln unerfüllbar sind. Geben Sie in jedem Schritt an, welche Regel Sie angewandt haben.

(a) $(P \vee \neg Q) \wedge (\neg P \vee Q) \wedge (Q \vee \neg R) \wedge (\neg Q \vee \neg R)$

(b) $(P \vee Q \vee \neg R) \wedge (P \vee \neg Q) \wedge \neg P \wedge \neg R \wedge \neg U$

Aufgabe 5.3 (Modellierung in Prädikatenlogik)

Repräsentieren Sie die folgenden Aussagen in Prädikatenlogik erster Stufe. Benutzen Sie dazu ein konsistentes Vokabular.

- Jeder, der ein gutes Gehör hat, kann richtig singen.
- Niemand ist ein wahrhafter Musiker, wenn er nicht seine Zuhörerschaft begeistern kann.
- Niemand, außer einem wahrhaften Musiker, kann eine Sinfonie schreiben.

Welche Eigenschaften muss jemand notwendigerweise besitzen, wenn er eine Sinfonie geschrieben hat?

Aufgabe 5.4 (Skolem-Normalform)

Bringen Sie die folgenden Formeln in Skolemform:

(a) $F_1 = \forall x(\exists yR(x, y) \wedge \exists yR(y, x))$

(b) $F_2 = \forall x\forall z(R(x, z) \Rightarrow \exists y(R(x, y) \wedge R(y, z)))$

(c) $F_3 = \forall x\exists z(R(x, z) \wedge \neg\exists y(R(x, y) \wedge R(y, z)))$

Aufgabe 5.5 (Herbrand-Expansion)

Sei $F = \forall x\forall y(P(x, f(x, g(y))) \wedge P(h(y), f(y, y)))$.

- (a) Geben Sie zehn möglichst kleine Terme aus dem Herbrand-Universum von F an.
- (b) Geben Sie fünf möglichst kleine Formeln aus der Herbrand-Expansion von F an.

Die Übungsblätter dürfen und sollten in Gruppen von drei (3) Studenten bearbeitet werden. Bitte füllen Sie das Deckblatt¹ aus und heften Sie es an Ihre Lösung.

¹<http://www.informatik.uni-freiburg.de/~ki/teaching/ss09/gki/coverSheet-german.pdf>