Grundlagen der Künstlichen Intelligenz

Prof. Dr. B. Nebel, Prof. Dr. W. Burgard
C. Plagemann, P. Pfaff, D. Zhang, R. Mattmüller
Universität Freiburg
Institut für Informatik
Sommersemester 2007

Übungsblatt 7

Abgabe: Freitag, 15. Juni 2007

Aufgabe 7.1 (Semantik der Prädikatenlogik erster Stufe)
Gegeben sei die Interpretation $\mathcal{I} = \langle D, \cdot^{\mathcal{I}} \rangle$ mit

- $D = \{0, 1, 2, 3\}$
- $\mathit{even}^{\mathcal{I}} = \{0, 2\}$
- $\mathit{odd}^{\mathcal{I}} = \{1, 3\}$
- $\mathit{lessThan}^{\mathcal{I}} = \{(0,1), (0,2), (0,3), (1,2), (1,3), (2,3)\}$
- $\mathit{two}^{\mathcal{I}} = 2$
- $\mathit{plus}^{\mathcal{I}} : D \times D \to D$, $\mathit{plus}^{\mathcal{I}}(a, b) = (a + b) \mod 4$

und die Variablenbelegung $\alpha = \{(x, 0), (y, 1)\}$.
Geben Sie für die folgenden Formeln ϕ_i an, ob $\mathcal{I}$ unter α ein Modell für ϕ_i ist, d. h. ob $\mathcal{I}, \alpha \models \phi_i$. Begründen Sie Ihre Antwort.

(a) $\phi_1 = \mathit{odd}(y) \wedge \mathit{even}(\mathit{two})$
(b) $\phi_2 = \forall x(\mathit{even}(x) \vee \mathit{odd}(x))$
(c) $\phi_3 = \forall x \exists y\, \mathit{lessThan}(x, y)$
(d) $\phi_4 = \forall x(\mathit{even}(x) \to \exists y\, \mathit{lessThan}(x, y))$
(e) $\phi_5 = \forall x(\mathit{odd}(x) \to \mathit{even}(\mathit{plus}(x, y)))$

Aufgabe 7.2 (Skolem-Normalform, Herbrandexpansion)

(a) Wandeln Sie die folgende Formel in Skolem-Normalform um:

$$\neg\forall x Q(x) \wedge \forall y \exists z\, (\neg\forall x \exists y \forall t \neg R(x, y, z, t) \wedge P(g(z), y))$$

(b) Geben Sie die zehn kleinsten Terme des Herbranduniversums und die zehn kleinsten Formeln der Herbrandexpansion der folgenden Formel an:

$$\forall x \forall y P(c, f(x, b), g(y))$$

Aufgabe 7.3 (Substitution, Unifikation, Resolution)

(a) Lassen sich die folgenden Formeln unifizieren? Wenn ja, so spezifizieren Sie den allgemeinsten Unifikator und die resultierende Formel.
  (i) $P(f(y), w, g(z, y))$ und $P(x, x, g(z, A))$
  (ii) $F(x, g(f(a), u))$ und $F(g(u, v), x)$
  (iii) $Q(y, y)$ und $Q(x, f(x))$

(b) Sei $KB = \{\forall x \forall y(P(x, y) \wedge P(f(x), y) \to Q(y)), \forall x \forall y(P(x, y) \to P(f(x), y))\}$.
Zeigen Sie mit prädikatenlogischer Resolution (in graphischer Form), dass $KB \models \forall y(\exists x P(x, y) \to Q(y))$ gilt. Machen Sie deutlich, welche Substitutionen Sie vornehmen und welche Unifikatoren Sie verwenden.

Die Übungsblätter dürfen und sollten in Gruppen von drei (3) Studenten bearbeitet werden. Bitte schreiben Sie alle Ihre Namen sowie die Nummer Ihrer Übungsgruppe auf Ihre Lösung.