## Grundlagen der Künstlichen Intelligenz

Prof. Dr. B. Nebel, Prof. Dr. W. Burgard
C. Plagemann, P. Pfaff, D. Zhang, R. Mattmüller
Sommersemester 2007

Universität Freiburg
Institut für Informatik

# Übungsblatt 5

**Abgabe: Freitag, 25. Mai 2007**

**Aufgabe 5.1** (Wahrheitstabellen, Modelle)

(a) Benutzen Sie Wahrheitstabellen, um die Gültigkeit folgender Äquivalenzregeln zu beweisen:

(i) $(\alpha \rightarrow \beta) \equiv (\neg\alpha \vee \beta)$
(ii) $(\alpha \rightarrow \beta) \equiv (\neg\beta \rightarrow \neg\alpha)$
(iii) $\neg(\alpha \wedge \beta) \equiv (\neg\alpha \vee \neg\beta)$
(iv) $((\alpha \wedge \beta) \vee \gamma) \equiv ((\alpha \vee \gamma) \wedge (\beta \vee \gamma))$

(b) Gehen Sie von einem Vokabular mit nur vier atomaren Aussagen $A$, $B$, $C$ und $D$ aus. Wie viele Modelle gibt es für die folgenden Formeln? Begründen Sie.

(i) $(A \wedge B) \vee (B \wedge C)$
(ii) $A \vee B$
(iii) $(A \leftrightarrow B) \wedge (B \leftrightarrow C)$

**Aufgabe 5.2** (Modellierung, Beweise)

Können Sie anhand der folgenden Aussagen beweisen, dass das Einhorn ein Fabelwesen ist? Ist es vielleicht märchenhaft oder gehörnt?
Wenn das Einhorn ein Fabelwesen ist, dann ist es unsterblich, aber wenn es kein Fabelwesen ist, dann ist es ein sterbliches Säugetier. Wenn das Einhorn unsterblich oder ein Säugetier ist, dann ist es gehörnt. Das Einhorn ist märchenhaft, wenn es gehörnt ist.

**Aufgabe 5.3** (KNF-Transformation, Resolutionsmethode)

Es gelten die folgenden Umformungsregeln, nach denen man aussagenlogische Formeln in äquivalente Formeln überführen kann. Dabei sind $\varphi$, $\psi$ und $\chi$ beliebige aussagenlogische Formeln:

$$\neg\neg\varphi \equiv \varphi \tag{1}$$
$$\neg(\varphi \vee \psi) \equiv \neg\varphi \wedge \neg\psi \tag{2}$$
$$\varphi \vee (\psi \wedge \chi) \equiv (\varphi \vee \psi) \wedge (\varphi \vee \chi) \tag{3}$$
$$\neg(\varphi \wedge \psi) \equiv \neg\varphi \vee \neg\psi \tag{4}$$
$$\varphi \wedge (\psi \vee \chi) \equiv (\varphi \wedge \psi) \vee (\varphi \wedge \chi) \tag{5}$$

Außerdem sind die $\vee$- und $\wedge$-Operationen assoziativ und kommutativ.

Betrachten Sie die Formel $((C \wedge \neg B) \leftrightarrow A) \wedge (\neg C \rightarrow A)$.

(a) Wandeln Sie die Formel mithilfe der KNF-Transformationsregeln in eine Klauselmenge $K$ um. Schreiben Sie die einzelnen Schritte auf.

(b) Zeigen Sie anschließend mittels Resolution, dass $K \models (\neg B \rightarrow (A \wedge C))$ gilt.

**Aufgabe 5.4** (Funktionale Vollständigkeit, Negationsnormalform)

In dieser Aufgabe betrachten wir Aussagenlogik *ohne* Implikations- und Biimplikationsoperatoren $\rightarrow$ und $\leftrightarrow$. Eine aussagenlogische Formel ist in *Negationsnormalform*, wenn Negationssymbole $\neg$ nur unmittelbar vor Atomen auftreten.

(a) Zeigen Sie: Jede aussagenlogische Formel kann in eine äquivalente Formel überführt werden, in der nur die Operatoren $\neg$ und $\vee$ vorkommen.

(b) Zeigen Sie: Jede aussagenlogische Formel kann in eine äquivalente Formel in Negationsnormalform überführt werden.

Die Übungsblätter dürfen und sollten in Gruppen von drei (3) Studenten bearbeitet werden. Bitte schreiben Sie alle Ihre Namen sowie die Nummer Ihrer Übungsgruppe auf Ihre Lösung.