Constraint-Satisfaction-Probleme

M. Helmert, S. Wölfl | Universität Freiburg
G. Röger | Institut für Informatik

Sommersemester 2007

Übungsblatt 12

Abgabe: 17. Juli 2007

Aufgabe 12.1 (Qualitative Sprachen)
Zeigen Sie, dass das Tupel

$$\left\langle 2^{\Delta}, \cap, \cup, \circ_w, \mathbf{C}_{\Delta}, {}^{-1}, \emptyset, \Delta, \mathrm{id}_{\Delta} \right\rangle$$

für jedes Partitionsschema Δ eine nichtassoziative Relationenalgebra definiert.

Hinweis: Sie müssen nicht explizit alle Eigenschaften einer Booleschen Algebra einzeln beweisen, sondern es reicht, eine allgemeine Begründung anzugeben, warum es sich um eine Boolesche Algebra handelt.

Aufgabe 12.2 (Ein Baumkalkül)
Wir betrachten folgende binären Relationen über den Knoten eines Binärbaums (mit Wurzelknoten):

$\equiv$: Beide Knoten sind identisch.
$\lhd$: Der erste Knoten ist ein echter Vorfahre des zweiten Knotens.
$\rhd$: Der zweite Knoten ist ein echter Vorfahre des ersten Knotens.
$\square$: Keiner der Knoten ist ein Vorfahre des anderen und der Wurzelknoten ist *nicht* der einzige gemeinsame Vorfahre der beiden Knoten.
$\blacksquare$: Keiner der Knoten ist ein Vorfahre des anderen und der Wurzelknoten ist der einzige gemeinsame Vorfahre der beiden Knoten.

(a) Begründen Sie, dass die Basisrelationen $\mathcal{B} = \{\equiv, \lhd, \rhd, \square, \blacksquare\}$ JEPD (jointly exhaustive and pairwise disjoint) sind und $\mathcal{B}$ unter Konversenbildung abgeschlossen sind.

(b) Zeigen Sie, dass $\mathcal{T} := 2^{\mathcal{B}}$ nicht unter Komposition abgeschlossen ist.

(c) Seien $R, R' \in \mathcal{T}$. Die schwache Komposition $\circ_w$ in $\mathcal{T}$ ist definiert als das minimale Element von $\mathcal{T}$, das $R \circ R'$ enthält. Berechnen Sie die schwache Kompositionstabelle für $\mathcal{B}$ (d.h. berechnen Sie $R \circ_w R'$ für alle $R, R' \in \mathcal{B}$) und geben Sie eine (kurze) Begründung an, warum es ausreicht, die Komposition nur auf den Basisrelationen zu betrachten.

Es sind keine formalen Beweise für die Teile (a) und (c) notwendig.