Constraint-Satisfaction-Probleme

M. Helmert, S. Wölfl
G. Röger
Sommersemester 2007

Universität Freiburg
Institut für Informatik

Übungsblatt 11

Abgabe: 10. Juli 2007

Aufgabe 11.1 (Satz von Schaefer)

Bestimmen Sie mithilfe des Satzes von Schaefer, ob die folgenden Booleschen Constraintsprachen polynomiell oder NP-vollständig sind. Begründen Sie jeweils Ihre Antwort. (Für NP-vollständige Constraintsprachen brauchen Sie *nicht* detailliert zu beweisen, dass diese *nicht* in die sechs handhabbaren Klassen aus dem Satz von Schaefer fallen.)

(a) *Färbbarkeit* (mit zwei Farben): nur Ungleichheitsconstraints

(b) *Parität*: erlaubt sind k-stellige Constraints (für beliebiges $k \in \mathbb{N}_1$), die ausdrücken, dass von k Variablen eine gerade Anzahl mit 1 belegt ist.

(c) *Balance:* erlaubt sind k-stellige Constraints (für beliebiges gerades $k \in \mathbb{N}_1$), die ausdrücken, dass von k Variablen genau die Hälfte mit 1 belegt ist.

(d) *Mehrheit*: erlaubt sind k-stellige Constraints (für beliebiges ungerades $k \in \mathbb{N}_1$), die ausdrücken, dass von k Variablen die Mehrheit mit 1 belegt ist.

(e) *Drittelung*: erlaubt sind k-stellige Constraints (für beliebige $k \in \mathbb{N}_1$, die Vielfache von 3 sind), die ausdrücken, dass genau ein Drittel von k Variablen mit 1 belegt sind.

Aufgabe 11.2 (2-SAT)

Sei die dreistellige Boolesche Operation d definiert als

$$d(x, y, z) := (x \wedge y) \vee (y \wedge z) \vee (x \wedge z).$$

Beweisen Sie:

(a) Die Operation d ist eine Fast-Einstimmigkeits-Operation (*near-unanimity operation*).

(b) Die Operation d ist ein Polymorphismus der Constraintsprache, die alle durch 2-SAT-Formeln definierbaren Constraints enthält. (Zur Erinnerung: Eine 2-SAT-Formel ist eine aussagenlogische Formel in konjunktiver Normalform mit höchstens zwei Literalen pro Klausel.)