

7 Spieltheorie in Multiagentensystemen

Somit maximiert die Vereinbarung δ^* , auf die sich die Spieler einigen, den Produktnutzen π . □

Erfüllt die Zeuthen-Strategie im monotonen Zugeständnisprotokoll die oben erwähnten wünschenswerten Eigenschaften von Verteilungsmechanismen? Effizienz, Verteiltheit, Symmetrie sowie zu einem gewissen Grad auch Einfachheit sind gegeben. Ist die Zeuthen-Strategie im monotonen Zugeständnisprotokoll aber auch stabil?

Satz 22. *Die Zeuthen-Strategie ist nicht stabil, d.h. ein Profil aus Zeuthen-Strategien ist im allgemeinen kein teilspielperfektes Gleichgewicht.*

Beweis. Es genügt, ein Beispiel anzugeben, in dem die Zeuthen-Strategie nicht stabil ist.

Betrachte dazu die Instanz der Postboten-Domäne mit einem Startknoten und einem Knoten a , der sich in Distanz 1 vom Depot befindet sowie die Begegnung $(\{a\}, \{a\})$ in dieser Domäne. Die Verhandlungsmenge besteht aus den Vereinbarungen $(\{a\}, \emptyset)$ und $(\emptyset, \{a\})$.

In der ersten Verhandlungsrunde schlägt Spieler 1 die Vereinbarung $\delta_1^0 = (\emptyset, \{a\})$ und Spieler 2 die Vereinbarung $\delta_2^0 = (\{a\}, \emptyset)$ vor. Damit ist $Risiko_1^0 = Risiko_2^0 = 1$.

Die Zeuthen-Strategie schreibt vor, dass $\delta_1^1 = (\{a\}, \emptyset)$ und $\delta_2^1 = (\emptyset, \{a\})$ sein müssen. Damit hat Spieler $i \in \{1, 2\}$ den erwarteten Nutzen 1, denn beide Spieler nehmen den Vorschlag des anderen an und es wird eine Münze geworfen, um zu bestimmen, welche Vereinbarung gewählt wird.

Würde jedoch etwa Spieler 1 von der Zeuthen-Strategie abweichen und im letzten Schritt in dem Wissen, dass Spieler 2 ein Zugeständnis machen wird, selbst kein Zugeständnis machen, d.h. $\delta_1^1 = \delta_1^0 = (\emptyset, \{a\})$ anbieten, so würden sich die beiden Spieler auf diesen Vorschlag einigen und es wäre $U_1(\delta_1^1) = 2 > 1$, die Abweichung wäre also für Spieler 1 profitabel. □

Um die Zeuthen-Strategie stabil zu machen, kann man den letzten Schritt des Verhandlungsprotokolls als strategisches Spiel (Falke oder Taube) betrachten, wobei δ_1 und δ_2 die Vorschläge des vorletzten Schritts sind. Dann erhält man

		Spieler 2	
		Beharren	Zugeständnis
Spieler 1	Beharren	0, 0	$U_1(\delta_1), U_2(\delta_1)$
	Zugeständnis	$U_1(\delta_2), U_2(\delta_2)$	$\frac{U_1(\delta_2)+U_1(\delta_1)}{2}, \frac{U_2(\delta_2)+U_2(\delta_1)}{2}$

Beharren beide Spieler auf ihren früheren Vorschlägen, endet die Verhandlung mit der Konfliktvereinbarung und Nutzen 0 für beide Spieler. Macht genau einer ein Zugeständnis, einigen sie sich auf einen Vorschlag mit dem Nutzen des letzten Vorschlags des anderen Spielers, und machen beide ein Zugeständnis, wird wieder eine Münze geworfen bzw. werden die Nutzenwerte der beiden Vorschläge gemittelt.

Dieses Spiel hat ein gemischtes Nash-Gleichgewicht, das beide Spieler „gleichberechtigt“ behandelt. Dieses nehmen wir als letzten Schritt.

Definition 97 (Erweiterte Zeuthen-Strategie). Die **erweiterte Zeuthen-Strategie** ist die Zeuthen-Strategie, wobei der letzte Schritt eine gemischte Nash-Gleichgewichts-Strategie für das Falke-oder-Taube-Spiel ist.

Da man nur symmetrische Mechanismen haben möchte, sind die beiden reinen Nash-Gleichgewichte des Spiels hier keine Gleichgewichte. Absprachen sind in diesem Protokoll nicht erlaubt.

Satz 23. *Das erweiterte Zeuthen-Strategieprofil ist ein teilspielperfektes Gleichgewicht im monotonen Zugeständnisprotokoll.*

Beweis. Im letzten Schritt herrscht nach Definition der Strategie immer ein Gleichgewicht. Für frühere Verhandlungsrunden muss gezeigt werden, dass alle möglichen Abweichungen von der erweiterten Zeuthen-Strategie nicht profitabel sind. Folgende Fälle sind in Runde t möglich:

1. Spieler i macht kein Zugeständnis, obwohl es von der erweiterten Zeuthen-Strategie gefordert wird. Ist $Risiko_i^t < Risiko_j^t$, so endet die Verhandlung in der Konfliktvereinbarung, d.h. Spieler i erhöht seinen Nutzen dadurch nicht. Ist $Risiko_i^t = Risiko_j^t$, so wird das Zugeständnis von Spieler i nur in die nächste Runde verschoben oder die nächste Runde endet in der Konfliktvereinbarung.
2. Spieler i macht ein Zugeständnis, obwohl die erweiterte Zeuthen-Strategie dies nicht fordert. Dadurch kann er möglicherweise einen geringeren Nutzen bekommen, aber auf keinen Fall einen höheren.
3. Spieler i macht, wie von der erweiterten Zeuthen-Strategie gefordert, ein Zugeständnis, jedoch ein stärkeres als notwendig wäre. Auch hier kann er sich nicht verbessern.
4. Spieler i macht ein kleineres Zugeständnis als gefordert. Dann folgt ein weiteres Zugeständnis oder ein Konflikt im nächsten Schritt. Also ebenfalls keine Verbesserung.

Damit ist klar, dass sich Abweichungen an keinem Punkt lohnen und somit die erweiterte Zeuthen-Strategie eine teilspielperfekte Strategie ist. \square

Von den wünschenswerten Eigenschaften von Verhandlungsmechanismen erfüllt das monotone Zugeständnisprotokoll mit der erweiterten Zeuthen-Strategie die Forderungen nach Stabilität, Verteiltheit und Symmetrie. Die Einfachheit ist nur eingeschränkt erfüllt, weil man alle u.U. exponentiell vielen Elemente der Verhandlungsmenge kennen muss. Pareto-Optimalität liegt nicht vor, da das Verfahren wegen des gemischten Nash-Gleichgewichtes im letzten Schritt auch in der Konfliktvereinbarung enden kann, selbst wenn eine bessere Vereinbarung möglich wäre.

Ein-Schritt-Protokoll

Ein alternativer Ansatz, der das Verfahren abkürzt, besteht darin, dass beide Spieler jeweils nur einen Vorschlag machen dürfen und das Angebot mit dem höheren Produkt der Nutzenwerte angenommen wird. Falls Gleichheit herrscht, wird eine Münze geworfen. Eine zu diesem Protokoll passende Strategie ist es, eine Vereinbarung mit maximalem eigenen Nutzen unter den Vereinbarungen vorzuschlagen, die das Produkt der Nutzenwerte maximieren. Dies ist eine TPG-Strategie, d.h. der Verhandlungsmechanismus ist stabil.

Diese Idee führt zu der folgenden verallgemeinernden Definition:

Definition 98 (Produktmaximierender Mechanismus). Ein **produktmaximierender Mechanismus** ist eine solche Kombination aus einem Verhandlungsprotokoll und einer dazu passenden Strategie, dass das Protokoll symmetrisch ist, die Strategie mit sich selbst ein Gleichgewicht bildet und der Produktnutzen maximiert wird. Gibt es mehrere Vereinbarungen, die den Produktnutzen maximieren, muss das Verhandlungsergebnis unter diesen Vereinbarungen zusätzlich die Summe der Nutzenwerte maximieren. Gibt es auch mehrere summenmaximierende unter den produktmaximierenden Vereinbarungen, so kann das Protokoll zufällig aus diesen auswählen. Keiner der Spieler darf einen negativen Nutzen erhalten.

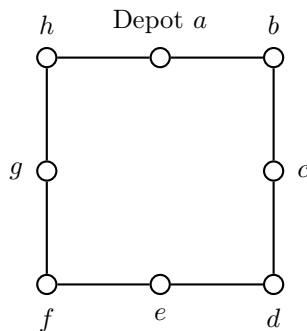
Ein produktmaximierender Mechanismus hat immer eine Pareto-optimale und individuell rationale Vereinbarung als Ergebnis.

7.2.4 Betrugsverhindernde Protokolle

Unter Umständen sind nicht alle Informationen bekannt, insbesondere kann Unklarheit über die Aufgaben der anderen Spieler bestehen. Deshalb macht am Anfang jeder Spieler seine Aufgaben öffentlich bekannt. Diese Bekanntgabe macht aber eine strategische Entscheidung erforderlich: Soll man alle Aufgaben bekannt machen? Soll man neue Aufgaben dazuerfinden?

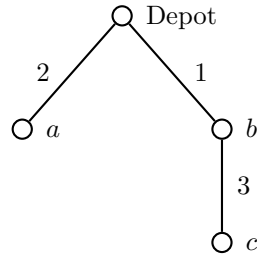
Im Weiteren wird angenommen, dass öffentliche Verpflichtungen eingehalten werden und die Agenten sich regelkonform verhalten, es aber private Entscheidungen und private Aufgaben geben kann.

Beispiel 99 (Vorteil durch verborgene Aufgaben). Betrachte die folgende Begegnung in der Postboten-Domäne mit Kantenlängen 1:



Es sind $T_1 = \{b, f\}$ und $T_2 = \{e\}$, d.h. $c(T_1) = c(T_2) = 8$. Die einzigen Pareto-optimalen und individuell rationalen Lösungen sind $(\{b, f, e\}, \emptyset)$ und $(\emptyset, \{b, f, e\})$. Da zwischen den beiden Vereinbarungen immer ein Münzwurf entscheiden muss, ist der erwartete Nutzen beider Spieler $\frac{1}{2}(8 + 0) = 4$. Verschweigt nun Spieler 1 die Aufgabe b , so befinden sich die Spieler aus Sicht von Spieler 2 in der Begegnung $(\{f\}, \{e\})$. Die einzige Lösung dieser Begegnung ist $(\emptyset, \{f, e\})$. Spieler 1 muss zwar seine verborgene Aufgabe ausführen, was ihm Kosten 2 verursacht (und damit Nutzen $8 - 2 = 6$ bringt), aber für ihn besser ist als der Fall, dass er die Aufgabe b nicht verschweigt und einen erwarteten Nutzen von 4 hat. Während also Lügen gut für das Individuum ist, ist es schlecht für die Gesellschaft bzw. den Gesamtnutzen, der um 2 vermindert wird.

Beispiel 100 (Vorteil durch vorgetäuschte Aufgaben). Betrachte die folgende Begegnung in der Postboten-Domäne:



Dabei sind $T_1 = T_2 = \{a, b\}$ und $c(T_1) = c(T_2) = 6$. Behauptet nun Spieler 1, er müsse auch Knoten c besuchen, ergibt sich die scheinbare Begegnung (T'_1, T_2) mit $T'_1 = \{a, b, c\}$ und $c(T'_1) = 12$.

1. echte Begegnung (T_1, T_2) : mögliche Vereinbarungen sind hier $\delta_1 = (\{a, b\}, \emptyset)$, $\delta_2 = (\{a\}, \{b\})$, $\delta_3 = (\{b\}, \{a\})$ und $\delta_4 = (\emptyset, \{a, b\})$. Davon sind δ_1 und δ_4 nicht produktmaximierend. Der Vorschlag von Agent 1 ist δ_3 , der von Agent 2 ist δ_2 . Damit ergibt sich für beide Agenten ein erwarteter Nutzen von 3.
2. scheinbare Begegnung (T'_1, T_2) : die einzige produktmaximierende, Pareto-optimale und individuell rationale Aufteilung der Aufgaben ist $\delta'_1 = (\{b, c\}, \{a\})$. Die Agenten müssen sich also auf diese Vereinbarung einigen. Der behauptete und tatsächliche Nutzen von Agent 1 ist damit $U_1(\delta'_1) = 4$, der von Agent 2 beträgt $U_2(\delta'_1) = 2$.

Wegen $U_1(\delta'_1) = 4 > 3$, dem erwarteten Nutzen in der echten Begegnung, ist die Strategie, die Wahrheit zu sagen, keine Gleichgewichtsstrategie.

7.2.5 Gemischte Vereinbarungen

Idee: Um den Gesamtnutzen zu maximieren und um Betrug zu verhindern, kann man auch Vereinbarungen treffen, bei denen zuerst die Aufgaben aufgeteilt werden und danach gewürfelt wird, welcher Spieler welchen der beiden Teile der Aufgaben übernimmt. Lasse also auch gemischte (randomisierte) Vereinbarungen zu.

Definition 101 (Gemischte Vereinbarung). Sei (T_1, T_2) eine Begegnung in einer Task-orientierten Domäne mit zwei Agenten $\langle T, \{1, 2\}, c \rangle$. Dann ist eine **gemischte Vereinbarung** ein Paar (D_1, D_2) mit $D_1 \cup D_2 = T_1 \cup T_2$ zusammen mit einer Wahrscheinlichkeit p , geschrieben als

$$(D_1, D_2) : p.$$

Dabei wird mit Wahrscheinlichkeit p die Aufgabenmenge D_1 Spieler 1 und die Menge D_2 Spieler 2 zugewiesen. Mit Wahrscheinlichkeit $1 - p$ erhält Spieler 1 die Aufgaben aus D_2 und Spieler 2 die aus D_1 . Die erwarteten Kosten betragen

$$C_k((D_1, D_2) : p) = c(D_k) \cdot p + c(D_{3-k}) \cdot (1 - p),$$

der erwartete Nutzen

$$U_k((D_1, D_2) : p) = c(T_k) - C_k((D_1, D_2) : p).$$