Spieltheorie

Prof. Dr. Bernhard Nebel — Universität Freiburg
Sommersemester 2005 — Institut für Informatik

Übungsblatt 4

Abgabe: Mittwoch, 25. Mai 2005

Aufgabe 4.1 (Mutationen in reinen und gemischten Strategien)
Sei G ein symmetrisches Spiel mit Aktionsmenge B und Nutzenfunktion u. Nach Definition ist eine (gemischte) evolutionär stabile Strategie der gemischten Erweiterung von G eine Strategie b^* in $\Delta(B)$, so dass (b^*, b^*) ein Nash-Gleichgewicht ist und $u(b, b) < u(b^*, b)$ für alle besten Antworten b auf b^* mit $b \neq b^*$ und $b \in \Delta(B)$ gilt.
Beweisen Sie:

(a) Wenn $|B| = 2$, dann genügt es, nur *reine* Strategien als mögliche Mutationen zu betrachten, d. h. eine gemischte Strategie $b^* \in \Delta(B)$ ist evolutionär stabil genau dann, wenn (b^*, b^*) ein Nash-Gleichgewicht ist und $u(b, b) < u(b^*, b)$ für alle besten Antworten b auf b^* mit $b \neq b^*$ und $b \in B$ gilt.

(b) Wenn $|B| = 3$, dann gilt die entsprechende Aussage *nicht*.

Aufgabe 4.2 (Evolutionär stabile Strategien bei 2×2-Spielen)
Beweisen Sie: Sei G ein symmetrisches Spiel mit Aktionsmenge $B = \{b_1, b_2\}$ und injektiver Nutzenfunktion u (d. h. $u(b_1, b_1)$, $u(b_1, b_2)$, $u(b_2, b_1)$ und $u(b_2, b_2)$ sind jeweils verschieden). Dann gibt es für G eine (möglicherweise gemischte) evolutionär stabile Strategie.

Hinweis: Benutzen Sie die vorige Aufgabe.

Die Übungsblätter dürfen in Gruppen von zwei Studenten bearbeitet werden. Bitte schreiben Sie beide Namen und den Namen des Tutors auf Ihre Lösung.