Spieltheorie

Prof. Dr. B. Nebel
Sommersemester 2004

Universität Freiburg
Institut für Informatik

Übungsblatt 3

Abgabe Dienstag, 18. Mai 2004

Aufgabe 3.1 (Nash-Gleichgewicht in gemischten Strategien)
Betrachten Sie das Spiel „Stein – Schere – Papier" von Übungsblatt 1 in der Standardvariante (ohne Aktionen wie „Brunnen" oder „Feuer").

1. Bestimmen Sie ein Nash-Gleichgewicht in gemischten Strategien für dieses Spiel, d. h. geben Sie für beide Spieler eine gemischte Strategie an und zeigen Sie, dass es sich um ein Gleichgewicht der gemischten Erweiterung des Spiels handelt.

2. Zeigen Sie, dass das Spiel keine weiteren Nash-Gleichgewichte in gemischten Strategien aufweist.

   Hinweis: Zeigen Sie zunächst, dass in jedem Nash-Gleichgewicht alle Aktionen eines Spielers zur Unterstützungsmenge seiner (gemischten) Strategie gehören. Folgern Sie daraus, dass alle *reinen* Strategien beste Antworten auf jede Gleichgewichtsstrategie sein müssen und folgern Sie daraus die Behauptung.

Aufgabe 3.2 (Existenzsatz von Nash)

1. Sei $G = \langle N, (A_i)_{i\in N}, (u_i)_{i\in N}\rangle$ ein endliches strategisches Spiel.

   Ein Profil von gemischten Strategien zu G ist durch $M := \sum_{i\in N} |A_i|$ nicht-negative reelle Zahlen gegeben, so dass sich die Zahlen, die den Aktionen eines Spielers entsprechen, zu 1 addieren.

   Wir interpretieren die Menge der gemischten Strategieprofile für G, symbolisch $\mathcal{A} := \bigotimes_{i\in N} \Delta(A_i)$, als Teilmenge des $\mathbb{R}^M$. Beweisen Sie, dass $\mathcal{A}$ nicht-leer, kompakt und konvex ist.

2. Geben Sie ein Spiel an, dass *kein* Nash-Gleichgewicht in gemischten Strategien besitzt und beweisen Sie, dass es tatsächlich diese Eigenschaft hat.

Die Übungsblätter dürfen in Gruppen von zwei Studenten bearbeitet werden. Bitte schreiben Sie beide Namen auf Ihre Lösung.