Spieltheorie

Prof. Dr. B. Nebel
Sommersemester 2004

Universität Freiburg
Institut für Informatik

Übungsblatt 2

Abgabe Dienstag, 4. Mai 2004

Aufgabe 2.1 (Auktionen)
Eine *Second Price Sealed Bid Auction* läuft wie folgt ab: Alle Auktionsteilnehmer geben ein geheimes Gebot für das zu versteigernde Objekt ab. Das höchste Gebot erhält den Zuschlag, wobei ein Betrag bezahlt werden muss, der dem *zweithöchsten* abgegebenen Gebot entspricht.
Formal ergibt sich folgendes Spiel $\langle N, (A_i)_{i \in N}, (u_i)_{i \in N} \rangle$:

- $N = \{1, \ldots, n\}$, wobei $n \geq 2$. Wir schreiben $v_i \in \mathbb{R}$ für den *Wert* (in Euro), den Spieler i dem zu versteigernden Objekt zumisst. Das Auktionsspiel wird durch die Werte v_i parametrisiert. Wir fordern, dass $v_1 > v_2 > \ldots > v_n > 0$ gilt.

- Für alle $i \in N$ ist $A_i = \mathbb{R}^+$. Dabei entspricht $a_i \in A_i$ einem Gebot von a_i Euro.

- Die Nutzenfunktionen u_i sind wie folgt definiert: Erhält Spieler i den Zuschlag, so ist $u_i(a) = v_i - \max a_{-i}$. Der Spieler erhält das Objekt (Nutzen v_i), muss aber den höchsten von den anderen Spielern gebotenen Betrag bezahlen (Ausgabe $\max a_{-i}$). Wenn Spieler i den Zuschlag nicht erhält, dann ist $u_i(a) = 0$.

  Spieler i erhält in a den Zuschlag, wenn $a_i = \max a$ gilt und i die kleinste Zahl mit dieser Eigenschaft ist. Bei gleichen Geboten wird also der Spieler mit dem niedrigsten Index bevorzugt.

Zeigen Sie, dass es für jede Wahl der Parameter v_i für jeden Spieler eine schwach dominante Strategie gibt, d.h. eine Strategie, die alle Alternativen schwach dominiert. Zeigen Sie ferner, dass diese schwach dominanten Strategien ein Nash-Gleichgewicht bilden.

Aufgabe 2.2 (Iterative Eliminierung und Nash-Gleichgewichte)
Beweisen Sie: Wenn ein strategisches Spiel sich durch die Methode der iterativen Eliminierung eindeutig lösen lässt, so ist das resultierende Strategieprofil ein Nash-Gleichgewicht, und zwar das einzige Nash-Gleichgewicht in diesem Spiel.

Die Übungsblätter dürfen in Gruppen von zwei Studenten bearbeitet werden. Bitte schreiben Sie beide Namen auf Ihre Lösung.