

Übungsblatt 12
Abgabe: 28. Januar 2013

Aufgabe 12.1 (Satz von Rice: Beispiele; 2 Punkte)

Welche der folgenden Sprachen sind entscheidbar? Begründen Sie Ihre Behauptung.

- (a) $L_1 := \{w \in \{0, 1\}^* : M_w, \text{ angesetzt auf } w, \text{ hält nach höchstens 100 Schritten}\}$
- (b) $L_3 := \{w \in \{0, 1\}^* : T(M_w) \text{ ist endlich}\}$

Hinweis: Sie dürfen dazu auch den Satz von Rice in der folgenden Fassung für formale Sprachen verwenden: Ist $\mathcal{S} \subseteq \mathcal{T}$ eine beliebige nicht-triviale Menge von Turing-akzeptierbaren Sprachen, so ist die Menge

$$L(\mathcal{S}) = \{w \in \{0, 1\}^* : T(M_w) \in \mathcal{S}\}$$

unentscheidbar.

Aufgabe 12.2 (Reduktion; 2 Punkte)

Zeigen Sie, dass die Sprache

$$W_{17} = \{w\#u \in \{0, 1, \#\}^* : M_w, \text{ angesetzt auf } u, \text{ schreibt irgendwann die Binärkodierung von 17 auf das Band}\}$$

unentscheidbar ist. Geben Sie dazu eine Reduktion eines aus der Vorlesung bekannten, unentscheidbaren Problems auf W_{17} an.

Aufgabe 12.3 (PCP; 3 Punkte)

Betrachten Sie folgende Instanzen K des Postschen Korrespondenzproblems. Welche Instanzen besitzen eine Lösung? Begründen Sie ihre Antwort.

- (a) $K_1 = ((ab, a), (ab, b), (b, abba))$
- (b) $K_2 = ((aba, a), (ba, babab))$
- (c) $K_3 = ((ab, b), (aba, ba), (ab, ba), (a, abb))$

Aufgabe 12.4 (Entscheidbarkeit und PCP; 1.5+1.5 Punkte)

Welche der folgenden Mengen sind entscheidbar? Beweisen Sie Ihre Behauptungen.

- (a) $X_1 = \{w \in \{0, 1\}^* : M_w \text{ entscheidet PCP über dem einelementigen Alphabet}\}$
- (b) $X_2 = \{w \in \{0, 1\}^* : M_w \text{ entscheidet PCP über dem Alphabet } \{0, 1\}\}$