Informatik III:
Theoretische Informatik

Prof. Bernhard Nebel
Dr. Christian Becker-Asano, Moritz Gödelbecker

Wintersemester 2012/13
Universität Freiburg
Institut für Informatik

Übungsblatt 6

Abgabe: 3. Dezember 2012

Aufgabe 6.1 (Kontextfreie Grammatik; 1+1+2 Punkte)
Wir betrachten die folgende Grammatik G mit Variablen $V = \{S, H, I, J, K\}$, Terminalalphabet $\Sigma = \{h, i\}$, Startsymbol S und den folgenden Produktionsregeln P:

$$\begin{aligned}
&S \to \varepsilon,\\
&S \to hI,\ \ S \to iH,\\
&H \to iHH,\ \ I \to hII,\\
&H \to J,\ \ I \to K,\\
&J \to hS,\ \ K \to iS
\end{aligned}$$

(a) Beschreiben Sie die Sprache, die von G erzeugt wird.

(b) Geben Sie eine zu G äquivalente, kontextfreie Grammatik G' mit ε-Sonderregel an (zur Erinnerung: die ε-Sonderregel besagt, dass eine Regel der Form $S \to \varepsilon$ erlaubt ist, sofern S die Startvariable ist und nicht auf der rechten Seite von Produktionsregeln vorkommt).

(c) Durch Wahl einer geeigneten Startvariable und Entfernen der ε-Regel erhalten wir aus G' eine Grammatik G'', die alle Wörter aus $L(G)\setminus\{\varepsilon\}$ erzeugt. Transformieren Sie G'' mit dem in der Vorlesung angegebenen Verfahren in eine Grammatik in Chomsky-Normalform.

Aufgabe 6.2 (Pumping-Lemma für kontextfreie Sprachen; 4 Punkte)
Welche der folgenden Sprachen sind kontextfrei? Falls die Sprache nicht kontextfrei ist, beweisen Sie Ihre Behauptung unter Verwendung des Pumping-Lemmas. Andernfalls reicht eine kurze Begründung (z.B. Angabe einer geeigneten Grammatik).

(a) $L = \{\, a^i b^j c^k \in \{a, b, c\}^* \,:\, i, j, k \in \mathbb{N} \text{ und } k = \max(i, j)\}$;

(b) $L = \{\, a^n b^m b^n a^m \in \{a, b\}^* \,:\, m, n \in \mathbb{N}, m, n \geq 1\}$.

Aufgabe 6.3 (Teilsprachen-Problem; 1+1 Punkte)
Das Teilsprachen-Problem ist wie folgt definiert:

Gegeben: Sprachen L_1 und L_2.

Frage: Ist L_1 eine Teilsprache von L_2 ($L_1 \subseteq L_2$)?

(a) Zeigen Sie, dass das Teilsprachen-Problem für reguläre Sprachen L_1 und L_2 entscheidbar ist. Geben Sie dazu ein Entscheidungsverfahren an, das auf DFAs für die Sprachen L_1 und L_2 basiert und die Produktautomaten-Konstruktion verwendet.

(b) Wenden Sie Ihr Entscheidungsverfahren auf die folgenden Sprachen an: $L_1 = \{\, b(ab)^k \,:\, k \in \mathbb{N}\}$ und $L_2 = \{\, w \in \{a, b\}^* \,:\, w \text{ beginnt und endet mit } b\}$.