Theoretische Informatik

Prof. Dr. B. Nebel, Prof. Dr. G. Lausen
M. Ragni, K. Simon, und C.-N. Ziegler
Wintersemester 04/05

Universität Freiburg
Institut für Informatik

Übungsblatt 1

Abgabe Freitag, 29. Oktober 2004

Aufgabe 1.1 (Endliche Mengen – 4 Punkte)
Es seien A_0, A_1, ... endliche Mengen von natürlichen Zahlen.

Beweisen oder widerlegen Sie:

1. Für jedes $n \in \mathbb{N}$ ist $\bigcup_{i=1}^{n} A_i$ stets eine endlich große Menge.
2. $\bigcup_{i \in \mathbb{N}} A_i$ ist stets eine endlich große Menge.
3. Für jedes $n \in \mathbb{N}$ ist $\bigcup_{i=1}^{n} (\mathbb{N} - A_i)$ stets eine endlich große Menge.
4. Es ist stets $lim_{n \to \infty} |\bigcup_{i=1}^{n} A_i| = \infty$.

Aufgabe 1.2 (Induktion I – 4 Punkte)
Zeigen Sie mittels Induktion:

1. Für alle $n \in \mathbb{N}$ gilt $n \leq 2^n$. (1 Punkt)
2. Für alle $m \in \mathbb{N}$ gilt $n^m \in O(2^n)$, d.h. $n^m \leq c \cdot 2^n + d$ für geeignete Konstanten c und d. (3 Punkte)

Aufgabe 1.3 (Induktion II – 4 Punkte)
Zeigen Sie, mittels vollständiger Induktion, dass jede Aufteilung der Ebene (vgl. Abbildung 1) durch n verschiedene Geraden zweifarbig eingefärbt werden kann, so dass keine zwei Flächen gleicher Farbe eine Kante teilen.

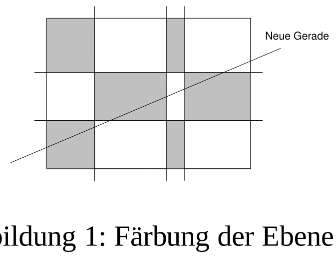

Abbildung 1: Färbung der Ebene

Bitte Blatt wenden!

Aufgabe 1.4 (Widerspruchsprinzip – 4 Punkte)
Zeigen Sie, dass

1. wenn mehr als $k \cdot n$ Schachteln auf n Schubladen verteilt werden sollen, dass dann in mindestens einer der Schubladen mehr als k Schachteln liegen müssen. (2 Punkte)

2. für einen endlichen Graphen (V, E) (d.h. V ist endlich) mit a, b aus V gilt: Falls es einen Pfad von a nach b gibt, dann existiert ein kürzester Pfad dessen Länge höchstens $|V|$ ist. (2 Punkte)

Die Übungsblätter sollen in Gruppen von zwei Studenten bearbeitet werden. Bitte schreiben Sie beide Namen auf Ihren Lösungszettel.

Abgabe am 29.10.2004 bis 11.15 Uhr in der Vorlesung oder Einwurf in die entsprechenden Briefkästen im Erdgeschoss von Gebäude 51.