Theoretische Informatik

Prof. Dr. B. Nebel, Prof. Dr. G. Lausen
M. Ragni, K. Simon und C.-N. Ziegler
WS 2004/2005

Universität Freiburg
Institut für Informatik

Übungsblatt 8

Abgabe: 17. Dezember 2004

Aufgabe 8.1 (Aussagenlogik I – 4 Punkte)

(a) Formen Sie die folgende aussagenlogische Formel in konjunktive Normalform mit höchstens 3 Literalen pro Klausel um (vgl. Beweis zu 3KNF-SAT). Geben Sie dabei jeden einzelnen Schritt an, und zeigen Sie anhand einer Wahrheitstafel die Korrektheit Ihrer Lösung:

$$a \leftrightarrow (b \wedge c).$$

(b) Geben Sie aussagenlogische Formeln (mit mindestens einer Variable an), die
   (a) unter jeder Belegung wahr sind (tautologisch)
   (b) unter jeder Belegung falsch sind.

Aufgabe 8.2 (Aussagenlogik II – 4 Punkte)

(a) Formen Sie die folgende aussagenlogische Formel in konjunktive und disjunktive Normalform mit höchstens 3 Literalen pro Klausel um. Geben Sie dabei jeden einzelnen Schritt an, und zeigen Sie mittels einer Wahrheitstafel die Korrektheit Ihrer Lösung:

$$((\neg a \rightarrow b) \wedge ((a \wedge \neg c) \leftrightarrow b)).$$

(b) Beweisen oder widerlegen Sie:
Das Erfüllbarkeitsproblem aussagenlogischer Formeln in disjunktiver Normalform ist NP-vollständig (unter der Annahme $\mathsf{P} \neq \mathsf{NP}$).

Aufgabe 8.3 (Subgraph-Isomorphie – 4 Punkte)

Das Problem Subgraph-Isomorphie ist wie folgt definiert:

Gegeben: Zwei ungerichtete Graphen $G_1 = (V_1, E_1)$ und $G_2 = (V_2, E_2)$.
Gesucht: Eine Einbettung von G_1 nach G_2, d.h. existiert eine injektive Abbildung $f : V_1 \rightarrow V_2$, so dass $\{u, v\} \in E_1$ genau dann, wenn $\{f(u), f(v)\} \in E_2$.

Zeigen Sie: Subgraph-Isomorphie ist NP-vollständig.

Hinweis: Reduzieren Sie eines der aus der Vorlesung bekannten Probleme darauf.

Aufgabe 8.4 (Travelling-Salesman-Problem – 4 Punkte)

Das Travelling-Salesman-Problem ist wie folgt definiert:

Gegeben:	Eine $n \times n$ Matrix (M_{ij}) von „Entfernungen" zwischen n „Städten" und eine Zahl k.
Gesucht:	Gibt es eine Permutation π der Städte (eine „Rundreise"), so dass $\sum_{i=1}^{n-1} M_{\pi(i),\pi(i+1)} + M_{\pi(n),\pi(1)} \leq k$?

Zeigen Sie: Das Travelling-Salesman-Problem ist NP-vollständig.

Hinweis: Reduzieren Sie das NP-vollständige Problem ungerichteter Hamilton-Kreis darauf:

Gegeben:	Ein ungerichter Graph $G = (V, E)$.
Gesucht:	Besitzt G einen Hamilton-Kreis? (Also eine Permutation π der Knotenindizes $(v_{\pi(1)}, ..., v_{\pi(n)})$, so dass für $i = 1, ..., n-1$ gilt: $\{v_{\pi(i)}, v_{\pi(i+1)}\} \in E$ und $\{v_{\pi(n)}, v_{\pi(1)}\} \in E$).

Achtung: Die Voraussetzungen für die Zulassung zur Klausur umfassen die Teilnahme an den Übungen sowie die sinnvolle Bearbeitung der Übungsblätter.

Die Übungsblätter sollen in Gruppen von zwei Studenten bearbeitet werden.Bitte schreiben Sie beide Namen, die Nummer Ihrer Übungsgruppe und den Namen Ihres Tutors auf den Lösungszettel.
Abgabe bis 11.15 Uhr in der Vorlesung oder Einwurf in die entsprechenden Briefkästen im Erdgeschoss von Gebäude 51.