

## Theoretische Informatik

Prof. Dr. B. Nebel, Prof. Dr. G. Lausen  
M. Ragni, K. Simon und C.-N. Ziegler  
WS 2004/2005

Universität Freiburg  
Institut für Informatik

### Übungsblatt 14

Abgabe: 11. Februar 2005

**Aufgabe 14.1** (Pumping Lemma für kontextfreie Sprachen – 6 Punkte (4×1.5))

Zeigen Sie, dass die nachfolgenden Sprachen nicht kontextfrei sind. Wenden Sie hierfür das Pumping-Lemma für kontextfreie Sprachen an.

- (a)  $L_1 = \{1^{n^2} \mid n \geq 0\}$  über dem Alphabet  $\Sigma = \{1\}$
- (b)  $L_2 = \{1^p \mid p \text{ Primzahl}\}$  über  $\Sigma = \{1\}$
- (c)  $L_3 = \{www \mid w \in \{a, b\}^*\}$
- (d)  $L_4 = \{w \in \{a, b, c\}^* \mid |w|_a = |w|_b = |w|_c\}$

**Aufgabe 14.2** (Kontextsensitive Grammatik – 2 Punkte (2×1))

Gegeben sei nachfolgende Grammatik

$$G = (\{a, b, c\}, \{S, A\}, \{S\}, \{S \rightarrow aSAc \mid abc, cA \rightarrow Ac, bA \rightarrow bb\})$$

- (a) Welche Sprache wird von der Grammatik erzeugt?  
Begründen Sie ihre Antwort.
- (b) Verändern Sie  $G$  so, dass sie die Eigenschaften einer kontextsensitiven Grammatik (Typ 1 Grammatik) erfüllt.

**Aufgabe 14.3** (Kellerautomaten – 4 Punkte (2 × 2))

Geben Sie zu den folgenden beiden Sprachen jeweils einen Kellerautomaten an, welcher die Sprache akzeptiert.

- (a)  $L_1 = \{w \in \{a, b\}^* \mid w \text{ hat doppelt so viele } b\text{'s wie } a\text{'s}\}$
- (b)  $L_2 = \{0^n 1^m 2^n \in \{0, 1, 2\}^* \mid n, m \geq 0\}$

**Aufgabe 14.4** (CFGs und Kellerautomaten – 4 Punkte (2 + 2 × 1))

Gegeben sei die kontextfreie Sprache  $L = \{a^m b^n \mid m \geq n\}$ .

- (a) Geben Sie eine möglichst kleine Grammatik  $G$  an, welche genau die Sprache  $L$  erzeugt.
- (b) Wie aus der Vorlesung bekannt, akzeptiert ein Kellerautomat  $M$  eine Sprache  $L$  genau dann, wenn  $L$  kontextfrei ist.  
Konstruieren Sie zur angegebenen Sprache  $L$  beziehungsweise deren gesuchter Grammatik  $G$  den entsprechenden Kellerautomaten  $M$ , indem Sie das konstruktive Verfahren zum Satz anwenden.
- (c) Testen Sie Ihren Kellerautomaten  $M$  aus Aufgabenteil b). Überprüfen Sie hierzu mittels Zustandstabelle, ob  $aaaaabbb \in L(M)$  gilt.

**Achtung:** Die Voraussetzungen für die Zulassung zur Klausur umfassen die Teilnahme an den Übungen sowie die sinnvolle Bearbeitung der Übungsblätter. Die Übungsblätter sollen in Gruppen von zwei Studenten bearbeitet werden. Bitte schreiben Sie beide Namen, die Nummer Ihrer Übungsgruppe und den Namen Ihres Tutors auf den Lösungszettel.

**Abgabe** bis 11.15 Uhr in der Vorlesung oder Einwurf in die entsprechenden Briefkästen im Erdgeschoss von Gebäude 51.