Theoretische Informatik

Prof. Dr. B. Nebel, Prof. Dr. G. Lausen — Universität Freiburg
M. Ragni, K. Simon und C.-N. Ziegler — Institut für Informatik
WS 2004/2005

Übungsblatt 13

Abgabe: 4. Februar 2005

Aufgabe 13.1 (Mehrdeutige Grammatiken – 4 Punkte (1 + 1.5 + 0.5 + 1))

(a) Programmiersprachen werden häufig mittels kontextfreier Grammatiken beschrieben. So lässt sich zum Beispiel die bedingte Verzweigung if-then-else wie folgt darstellen:

$$\begin{array}{rcl} <S> & \rightarrow & <A_1> \mid <A_2> \\ <A_1> & \rightarrow & \text{if } <LogExp> \text{ then } <S> \mid \\ & & \text{if } <LogExp> \text{ then } <S> \text{ else } <S> \\ <A_2> & \rightarrow & <Var> = <Digit> \\ <Digit> & \rightarrow & 0 \mid 1 \mid \ldots \mid 9 \\ <LogExp> & \rightarrow & <Var> == 0 \\ <Var> & \rightarrow & a \mid b \mid \ldots \mid z \end{array}$$

i. Programmiersprachen sollten syntaktisch eindeutig sein. Dies bedeutet, jede Folge von Symbolen entspricht genau einem Syntax-Baum. Zeigen Sie anhand eines Ausdrucks und dem entsprechenden Syntax-Baum, dass die angegebene Grammatik mehrdeutig ist.

ii. Führen Sie eine entsprechende Änderung der Regeln durch, damit die Grammatik eindeutig wird. Begründen Sie Ihre Lösung.

(b) Gegeben sei die kontextfreie Grammatik $G = (V, \Sigma, R, S)$ mit $\Sigma = \{a, b\}$, $V = \{S, A, B, a, b\}$ und den Regeln:

$$\begin{array}{rlcllllll} R = & \{ S & \rightarrow & AS & \mid & SB & \mid & \epsilon \\ & A & \rightarrow & aA & \mid & b & \mid & \epsilon \\ & B & \rightarrow & Bb & \mid & a & \mid & \epsilon \ \} \end{array}$$

i. Zeigen Sie, dass die Grammatik G nicht eindeutig ist (Syntax-Baum).

ii. Geben Sie eine eindeutige kfG G' an mit $L(G') = L(G)$.

Aufgabe 13.2 (Grammatiken in Chomsky-Normalform – 4 Punkte (2 + 2))

Sei G eine Grammatik in Chomsky-Normalform.

(a) Geben Sie eine obere Schranke für die Länge des längsten Wortes in $L(G)$ an, unter der Annahme, dass $L(G)$ *endlich* ist.

(b) Geben Sie eine untere Schranke für die Länge des kürzesten Wortes in $L(G)$ an, unter der Annahme, dass $L(G)$ *unendlich* ist.

Aufgabe 13.3 (Abgeschlossenheit unter Vereinigung – 4 Punkte (1.5 + 2.5))

In der Vorlesung wurde gezeigt, dass kontextfreie Sprachen unter Vereinigung abgeschlossen sind (siehe auch *I. Wegener*, S.162). Benutzen Sie diese Eigenschaft um zu zeigen, dass folgende Sprachen kontextfrei sind:

(a) $L_1 = \{a^m b^n \; : \; m \neq n\}$
(b) $L_2 = \{a^m b^n c^p d^q \; : \; n = q \; \vee m \leq p \vee m + n = p + q\}$

Hinweis: Zerlegen Sie die Sprachen L_1 und L_2 in "kleinere" Sprachen, deren Vereinigung die gesuchte Sprache erzeugt. Geben Sie dann für diese spezielleren Sprachen jeweils eine kontextfreie Grammatik an.

Aufgabe 13.4 (CFGs, Chomsky-Normalform, CYK – 4 Punkte (2 + 1 + 1))
Sei die Sprache L über dem Alphabet $\Sigma = \{\,(,\,)\,\}$ gegeben. Hierbei umfasse L alle korrekt geklammerten Klammerausdrücke, jedoch *ohne* das leere Wort. Zum Beispiel gilt $(()) \in L$, $(()()) \in L$, $()((())()) \in L$, ebenso jedoch auch $\epsilon \notin L$, $(() \notin L$, $()()) \notin L$.

```
FOR i := 1 TO n DO
  T[i,1] := {A ∈ V | A → a_i ∈ P};
END
FOR j := 2 TO n DO
  FOR i := 1 TO n + 1 − j DO
    T[i,j] := ∅;
    FOR k := 1 TO j − 1 DO
      T[i,j] := T[i,j] ∪ {A ∈ V | A → BC ∈ P ∧ B ∈ T[i,k] ∧ C ∈ T[i + k, j − k]};
    END
  END
END
IF S ∈ T[1,n] THEN
  Print('w ∈ L(G)');
ELSE
  Print('w ∉ L(G)');
END
```

Abbildung 1: CYK-Algorithmus mit Eingabe $w = a_i a_2 \ldots a_n$

(a) Geben Sie eine kontextfreie Grammatik G zur Sprache L an. Denken Sie hierbei daran, dass das leere Wort ϵ *nicht* Teil dieser Sprache ist.
(b) Transformieren Sie G in die Chomsky-Normalform.
(c) Wenden Sie den CYK-Algorithmus (siehe Abb. 1 bzw. *I. Wegener*, S.155) für Grammatik G auf das Wort $(()())$ an und geben Sie die entstehende Tabelle vollständig an.

Achtung: Die Voraussetzungen für die Zulassung zur Klausur umfassen die Teilnahme an den Übungen sowie die sinnvolle Bearbeitung der Übungsblätter. Die Übungsblätter sollen in Gruppen von zwei Studenten bearbeitet werden.

Bitte schreiben Sie beide Namen, die Nummer Ihrer Übungsgruppe und den Namen Ihres Tutors auf den Lösungszettel.

Abgabe bis 11.15 Uhr in der Vorlesung oder Einwurf in die entsprechenden Briefkästen im Erdgeschoss von Gebäude 51.