

Theoretische Informatik

Prof. Dr. B. Nebel, Prof. Dr. G. Lausen
M. Ragni, K. Simon und C.-N. Ziegler
WS 2004/2005

Universität Freiburg
Institut für Informatik

Übungsblatt 11

Abgabe: 21. Januar 2004

Aufgabe 11.1 (Spiegelung – 4 Punkte (3 + 1))

Spiegelungen w^{rev} von Worten w , zum Beispiel das Wort $w = abca$ und seine zugehörige Spiegelung $w^{\text{rev}} = acba$, sind folgendermaßen induktiv definiert, wobei das Alphabet Σ als beliebig angenommen werden kann:

- $\epsilon^{\text{rev}} = \epsilon$.
- Falls $w = u \circ a$, wobei $a \in \Sigma$ und $u \in \Sigma^*$, dann gilt $w^{\text{rev}} = a \circ u^{\text{rev}}$.

Die zu einer beliebigen Sprache L zugehörige Spiegelsprache L^{rev} ist durch $L^{\text{rev}} = \{w^{\text{rev}} \mid w \in L\}$ definiert.

- Zeigen Sie, dass L^{rev} regulär ist, wenn dies für L gilt.
- Konstruieren Sie aus dem in Abbildung 1 gegebenen DFA M einen DFA M^{rev} , welcher die Spiegelsprache L_M^{rev} der vom Automaten M erkannten Sprache L_M erkennt.

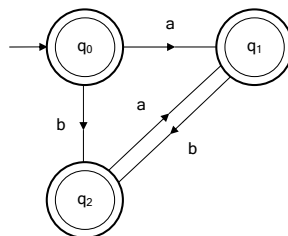


Abbildung 1: Automat M zu Aufgabe 11.1(b)

Aufgabe 11.2 (Schnitt und Vereinigung regulärer Sprachen – 4 Punkte)

Gegeben seien die in Abbildung 2 und 3 definierten DFAs M_1 beziehungsweise M_2 . Konstruieren Sie jeweils einen deterministischen endlichen Automaten, der genau $L_{\cup} = L(M_1) \cup L(M_2)$ und genau $L_{\cap} = L(M_1) \cap L(M_2)$ erkennt. Die Übergangsfunktionen δ_{\cup} und δ_{\cap} sind tabellarisch anzugeben.

Hinweis: Stützen Sie sich bei der Konstruktion der beiden DFAs auf das in der Vorlesung und in (I. Wegener, *Theoretische Informatik*, 1999, Seite 117, Satz 4.6.5) gezeigte Verfahren.

Aufgabe 11.3 (Reguläre Ausdrücke – 4 Punkte (1+1.5+1.5))

Geben Sie zu folgenden Sprachen L einen regulären Ausdruck an und begründen Sie kurz informal, warum dieser Ausdruck gerade die Sprache beschreibt.

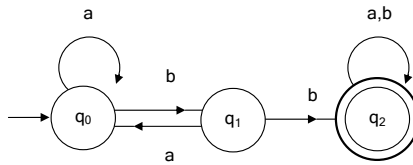


Abbildung 2: Automat M_1 zu Aufgabe 11.2

- (a) Sei $\Sigma = \{0, 1\}$. L enthalte alle Wörter $w \in \Sigma^*$, welche die Zeichenfolge 111 genau einmal enthalten.
- (b) Sei $\Sigma = \{0, 1\}$. L enthalte alle Wörter $w \in \Sigma^*$, mit

$$\text{eins}(w) \bmod 2 = 1,$$

wobei $\text{eins}(w)$ die Anzahl der Einsen in $w \in \Sigma^*$ zurückgibt.

- (c) Sei $\Sigma = \{a, b, c\}$. L enthalte alle Wörter $w \in \Sigma^*$, die direkt vor einem a mindestens ein b und direkt nach einem c mindestens zwei b 's besitzen.

Aufgabe 11.4 (Abschlusseigenschaften – 4 Punkte (2+2))

Zeigen oder widerlegen Sie, dass die folgenden Sprachen, definiert über dem Alphabet $\Sigma = \{a, b\}$, regulär sind.

- (a) Sei D eine beliebige Menge regulärer Sprachen. Somit ist auch $\bigcup D$ regulär.
- (b) Wenn $L \subseteq \Sigma^*$ eine reguläre Sprache ist, dann ist $\hat{L} = \{uv \mid u \in L \wedge v \notin L\}$ ebenfalls regulär.

Achtung: Die Voraussetzungen für die Zulassung zur Klausur umfassen die Teilnahme an den Übungen sowie die sinnvolle Bearbeitung der Übungsblätter. Die Übungsblätter sollen in Gruppen von zwei Studenten bearbeitet werden. Bitte schreiben Sie beide Namen, die Nummer Ihrer Übungsgruppe und den Namen Ihres Tutors auf den Lösungszettel.

Abgabe bis 11.15 Uhr in der Vorlesung oder Einwurf in die entsprechenden Briefkästen im Erdgeschoss von Gebäude 51.

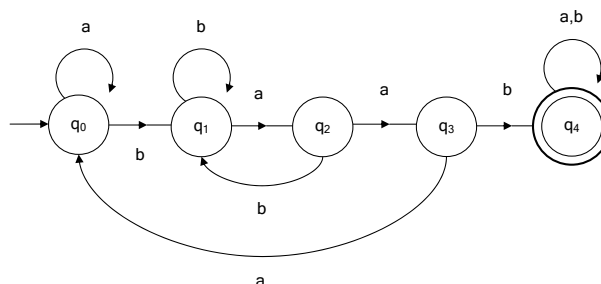


Abbildung 3: Automat M_2 zu Aufgabe 11.2